Лучше поражать мир
силой нашего примера,
чем примером нашей силы.

Билл Клинтон

**4.1.** Из чисел 1,2,...,30 выбирают некоторые так, чтобы сумма никаких двух различных выбранных чисел не равнялась 31. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать?

**4.2.** Найдите наименьшее значение $x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 4x + 5$ при действительном $x$ и все значения $x$, при которых оно достигается.

**4.3.** Неотрицательные действительные числа $a, b, c$ удовлетворяют равенству $a + b + c = 12$. Найдите наибольшее значение выражения $ab + bc$ и все тройки $(a, b, c)$, при которых оно достигается.

**4.4.** Какое наименьшее число клеток доски $5 \times 5$ нужно закрасить, чтобы каждый квадрат $2 \times 2$ из двух соседних строк и двух соседних столбцов содержал хотя бы одну закрашенную клетку?

**4.5.** По кругу записаны девять чисел. Сумма любых двух соседних чисел не больше 1; девятое и первое числа тоже считаются соседними. Найдите наибольшую возможную сумму всех девяти чисел, если **а)** все числа неотрицательные действительные; **б)** все числа неотрицательные целые.

**4.6.** Шесть различных точек лежат на отрезке [0,1]. Найдите наибольшее возможное расстояние между двумя ближайшими из них.

**4.7.** В пять коробок разложили 32 камешка. Пустые коробки разрешены. Найдите наименьшую возможную сумму квадратов количеств камешков в коробках и опишите все распределения, при которых она достигается.

**4.8.** Стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8. Точка $P$ может находиться в любом месте плоскости. Найдите наименьшее значение $PA + PB + PC + PD$ и все положения точки $P$, при которых оно достигается.

**4.9.** Какое наибольшее число коней можно поставить на шахматной доске $8 \times 8$ так, чтобы никакие два из них не били друг друга?