Мы помним, когда масло было вредно.
Только сказали — масла не стало. Потом
на яйца нажали так, что их тоже не стало.

Виктор Черномырдин

19.1. Карлсон написал дробь 5/8. Малыш может: прибавлять любое натуральное число к числителю и знаменателю одновременно; умножать числитель и знаменатель на одно и то же натуральное число. Сможет ли Малыш с помощью этих действий получить дробь, равную 3/5?

19.2. Вершины 2019-угольника покрашены в два цвета: 1010 синих и 1009 красных. Сторона с двумя красными вершинами помечена числом 2, сторона с двумя синими вершинами помечена числом $\frac{1}{2}$, а сторона с разноцветными вершинами помечена числом 1. Найдите все возможные значения произведения всех чисел, которыми помечены стороны.

19.3. На доске написаны многочлены $P(x) = x^2 + 2$ и $Q(x) = x + 1$. Разрешается записать на доску сумму, разность или произведение любых двух из уже выписанных на доску многочленов. Может ли появиться многочлен $R(x) = x^3 + 2$?

19.4. Двое играют в такую игру. В начале по кругу стоят числа 1, 2, 3, 4. Каждым своим ходом первый прибавляет к двум соседним числам по 1, а второй меняет любые два соседних числа местами. Первый выигрывает, если все числа станут равными. Может ли второй ему помешать?

19.5. На доске написаны числа 3, 4, 5, 6. Любую пару чисел a, b можно заменить на пару чисел $a + b + \sqrt{a^2 + b^2}$ и $a + b - \sqrt{a^2 + b^2}$. Может ли на доске появиться число, меньшее 1?

19.6. Изначально по кругу расставлены 40 синих, 30 красных и 20 зелёных фишек, причём фишки каждого цвета идут подряд. За ход можно поменять местами стоящие рядом синюю и красную фишки или стоящие рядом синюю и зелёную фишки. Можно ли за несколько таких операций добиться того, чтобы любые две стоящие рядом фишки были разных цветов?

19.7. Есть 8 белых кубиков одинакового размера. Марине нужно покрасить 24 грани кубиков в синий цвет, а остальные 24 грани — в красный. После этого Катя склеивает из них куб $2 \times 2 \times 2$. Если на поверхности куба столько же синих квадратов, сколько и красных, то Катя побеждает. Если нет, то побеждает Марина. Сможет ли Марина покрасить кубики так, чтобы Катя не смогла достичь цели?

Мы помним, когда масло было вредно. Только сказали — масла не стало. Потом на яйца нажали так, что их тоже не стало.

Виктор Черномырдин

19.1. Карлсон написал дробь 5/8. Малыш может: прибавлять любое натуральное число к числителю и знаменателю одновременно; умножать числитель и знаменатель на одно и то же натуральное число. Сможет ли Малыш с помощью этих действий получить дробь, равную 3/5?

19.2. Вершины 2019-угольника покрашены в два цвета: 1010 синих и 1009 красных. Сторона с двумя красными вершинами помечена числом 2, сторона с двумя синими вершинами помечена числом $\frac{1}{2}$, а сторона с разноцветными вершинами помечена числом 1. Найдите все возможные значения произведения всех чисел, которыми помечены стороны.

19.3. На доске написаны многочлены $P(x) = x^2 + 2$ и $Q(x) = x + 1$. Разрешается записать на доску сумму, разность или произведение любых двух из уже выписанных на доску многочленов. Может ли появиться многочлен $R(x) = x^3 + 2$?

19.4. Двое играют в такую игру. В начале по кругу стоят числа 1, 2, 3, 4. Каждым своим ходом первый прибавляет к двум соседним числам по 1, а второй меняет любые два соседних числа местами. Первый выигрывает, если все числа станут равными. Может ли второй ему помешать?

19.5. На доске написаны числа 3, 4, 5, 6. Любую пару чисел a, b можно заменить на пару чисел $a + b + \sqrt{a^2 + b^2}$ и $a + b - \sqrt{a^2 + b^2}$. Может ли на доске появиться число, меньшее 1?

19.6. Изначально по кругу расставлены 40 синих, 30 красных и 20 зелёных фишек, причём фишки каждого цвета идут подряд. За ход можно поменять местами стоящие рядом синюю и красную фишки или стоящие рядом синюю и зелёную фишки. Можно ли за несколько таких операций добиться того, чтобы любые две стоящие рядом фишки были разных цветов?

19.7. Есть 8 белых кубиков одинакового размера. Марине нужно покрасить 24 грани кубиков в синий цвет, а остальные 24 грани — в красный. После этого Катя склеивает из них куб $2 \times 2 \times 2$. Если на поверхности куба столько же синих квадратов, сколько и красных, то Катя побеждает. Если нет, то побеждает Марина. Сможет ли Марина покрасить кубики так, чтобы Катя не смогла достичь цели?