> В результате *индукции* в митохондриях возникает биологическое окисление, которое и даёт клетке необходимую энергию.
>
> Дмитрий Преображенский

14.1. Докажите, что

а) $1+2+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$;
б) $1^2+2^2+\dots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$;
в) $1^3+2^3+\dots+n^3=(1+2+\dots+n)^2$;
г) $\sqrt{6+\sqrt{6+\dots+\sqrt{6+\sqrt{6}}}}<3$;
д) $10^n+18n-1 \mathrel{\vdots} 27$;
е) Число, записываемое 3^n единицами, делится на 3^n;
ж) $2^{3^n}+1 \mathrel{\vdots} 3^{n+1}$.

14.2. Угадайте формулу и докажите её:
а) $1\cdot 1!+2\cdot 2!+\dots+n\cdot n! = \ ?$;
б) $1\cdot 2+2\cdot 3+\dots+(n-1)\cdot n = \ ?$.

14.3. Докажите, что квадрат можно разрезать на n квадратов для любого n, начиная с шести.

14.4. Плоскость разрезана на части n прямыми, $n\geqslant 3$. Среди них есть три попарно непараллельные, и нет точки, принадлежащей сразу всем прямым. Докажите, что хотя бы одна из частей — треугольник.

14.5. В некоторой стране каждый город соединён с каждым дорогой с односторонним движением. Докажите, что найдётся город, из которого можно добраться в любой другой.

14.6. Несколько прямых делят плоскость на части. Докажите, что можно раскрасить эти части в белый и чёрный цвет так, чтобы соседние части (имеющие общий отрезок границы) были разного цвета.

14.7. Число x таково, что число $x+1/x$ — целое. Докажите, что при любом натуральном n число x^n+1/x^n также является целым.

14.8. Из квадрата клетчатой бумаги размером $2^n\times 2^n$ вырезали одну клетку. Докажите, что полученную фигуру можно разрезать на “уголки” из трёх клеток.

В результате *индукции* в митохондриях возникает биологическое окисление, которое и даёт клетке необходимую энергию.

Дмитрий Преображенский

14.1. Докажите, что

а) $1+2+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$;
б) $1^2+2^2+\dots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$;
в) $1^3+2^3+\dots+n^3=(1+2+\dots+n)^2$;
г) $\sqrt{6+\sqrt{6+\dots+\sqrt{6+\sqrt{6}}}}<3$;
д) $10^n+18n-1 \;\vdots\; 27$;
е) Число, записываемое 3^n единицами, делится на 3^n;
ж) $2^{3^n}+1 \;\vdots\; 3^{n+1}$.

14.2. Угадайте формулу и докажите её:
а) $1\cdot 1!+2\cdot 2!+\dots+n\cdot n!=\,?$;
б) $1\cdot 2+2\cdot 3+\dots+(n-1)\cdot n=\,?$.

14.3. Докажите, что квадрат можно разрезать на n квадратов для любого n, начиная с шести.

14.4. Плоскость разрезана на части n прямыми, $n\geqslant 3$. Среди них есть три попарно непараллельные, и нет точки, принадлежащей сразу всем прямым. Докажите, что хотя бы одна из частей — треугольник.

14.5. В некоторой стране каждый город соединён с каждым дорогой с односторонним движением. Докажите, что найдётся город, из которого можно добраться в любой другой.

14.6. Несколько прямых делят плоскость на части. Докажите, что можно раскрасить эти части в белый и чёрный цвет так, чтобы соседние части (имеющие общий отрезок границы) были разного цвета.

14.7. Число x таково, что число $x+1/x$ — целое. Докажите, что при любом натуральном n число x^n+1/x^n также является целым.

14.8. Из квадрата клетчатой бумаги размером $2^n\times 2^n$ вырезали одну клетку. Докажите, что полученную фигуру можно разрезать на “уголки” из трёх клеток.