9.1. Сравните числа: **а)** 11110_2 и 1000_3, **б)** $10F_{16}$ и 420_8, **в)** 4755_8 и 100111101101_2.

9.2. При каких значениях основания n позиционной системы счисления верны следующие утверждения? **а)** $2_n \cdot 2_n = 11_n$, **б)** Число 10_n нечётное, **в)** $21_n + 24_n = 100_n$, **г)** $2_n \cdot 2_n = 100_n$,?

9.3. Коля Васин задумал число от 1 до 200. За какое наименьшее число вопросов вы сможете его отгадать, если он отвечает на каждый вопрос **а)** «да» или «нет», **б)** «да», «нет» или «не знаю»? Какие вопросы следует при этом задавать?

9.4. Докажите, что из набора $0, 1, 2, \ldots, 3^k - 1$ можно выбрать 2^k чисел так, чтобы никакое из них не являлось средним арифметическим двух других выбранных чисел.

9.5. **а)** Опишите все позиционные системы счисления, в которых число делится на 2 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 2.

б) Опишите все позиционные системы счисления, в которых число делится на m тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на m.

9.6. Найдите наименьшее основание системы счисления, в которой одновременно имеют место следующие признаки делимости:

- число делится на 5 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 5,
- число делится на 7 тогда и только тогда, когда число, составленное из двух его последних цифр, делится на 7.

9.7. Какое наименьшее число гирь необходимо для того, чтобы иметь возможность взвесить любое число граммов от 1 до 100 на чашечных весах, если гири можно класть только на одну чашку весов?

9.8. Докажите, что среди чисел $[2^k\sqrt{2}]$, где $k \in \mathbb{N}$, бесконечно много составных (запись $[x]$ означает целую часть числа x).

9.9 (факториальная система счисления).

Найдите значения сумм: **а)** $\sum\limits_{k=1}^{n} k \cdot k!$ **б)** $\sum\limits_{k=1}^{n} (k^2+1)k!$ Пользуясь предыдущими пунктами, докажите утверждение:

в) Каждое натуральное число n может быть единственным образом представлено в виде

$$n = \sum_{k=1}^{m} a_k \cdot k! = a_1 \cdot 1! + a_2 \cdot 2! + \ldots + a_m \cdot m!$$

где $0 \leqslant a_k \leqslant k$ для всех $k = 1, 2, \ldots m$ и $a_m \neq 0$.