

Рациональные и иррациональные числа

7.1. а) Существует ли такое простое число, что квадратный корень из него является рациональным числом?

б) Существует ли такое натуральное число, что квадратный корень из него является рациональным, но не целым числом?

7.2. Один из корней уравнения $x^2 + ax + b = 0$ равен $1 + \sqrt{3}$. Найдите a и b , если известно, что они рациональны.

7.3. На графике функции $y = (\sqrt{5} + 6)x + 7\sqrt{5} + 8$ найдите все точки, у которых и абсцисса, и ордината — рациональные числа.

7.4. Пусть a, b, c — различные простые числа. Могут ли числа \sqrt{a} , \sqrt{b} и \sqrt{c} быть (не обязательно подряд идущими) элементами одной арифметической прогрессии?

7.5. Докажите, что уравнение $3\sqrt{x} + 5\sqrt{y} = \sqrt{77}$ не имеет решений в целых числах.

7.6. а) Существуют ли два таких иррациональных числа, что их сумма является иррациональным числом, а произведение — рациональным?

б) Существуют ли два таких иррациональных числа, что их сумма является рациональным числом, а произведение — иррациональным?

7.7*. Существуют ли такие рациональные числа a, b, c, d , что выполнено равенство: $(a + b\sqrt{2})^2 + (c + d\sqrt{2})^2 = 7 + 5\sqrt{2}$?

Бесконечные десятичные дроби

7.8. Сравните числа: а) $0,191$ и $0,(191)$; б) $0,(2)$ и $\frac{2}{9}$; в) $0,(1121)$ и $0,1(121)$; г) 3 и $\sqrt{8,(9)}$; д) $-\sqrt{5}$ и $-2,24$; е) $\sqrt{5,21}$ и $2\frac{2}{7}$; ж) $2,(1)$ и $\sqrt{2 + \sqrt{6}}$.

7.9. Сравните длины периодов дробей $\frac{1}{7}$, $\frac{20}{21}$ и $\frac{2}{77}$.

7.10. Представьте в виде обыкновенной несократимой дроби число $0,1(234)$.

7.11. Представьте в виде десятичной дроби числа: а) $0,(01) + 0,(010)$; б) $0,(5) \cdot 0,(2)$; в) $0,(3) : 0,(21)$.

7.12. В числе $\frac{45}{56}$ стёрли 456-ю цифру после запятой. Уменьшилось или увеличилось число после этого и почему?

7.13. Найдите все цифры a и b , для которых справедливо равенство:

$$\sqrt{0,(ab)} = \overline{0,(ba)}.$$

7.14. Верно ли, что для любого $l > 0$ существуют два иррациональных числа, которые больше нуля, меньше l и в сумме дают рациональное число?