

Вступительная олимпиада 2024/2025 учебного года

8 класс, письменный тур 22.09.2024. Вариант 1

1. Кот занимает 75% маленького пакета или 45% большого пакета. На какое минимальное (единое) число процентов нужно увеличить объём обоих пакетов, чтобы в них поместились и заняли всё место несколько таких же котов?

Примечание 1. Кот не может сидеть в двух пакетах одновременно!

Примечание 2. В пакет можно класть кота, но нельзя класть другой пакет!

2. В треугольнике ABC известны длины всех сторон: $AB = 11$, $AC = 15$, $BC = 7$. Биссектрисы углов A и B пересекаются в точке I . Через точку I проведена прямая, параллельная AB , которая пересекает стороны AC и BC треугольника в точках D и E соответственно. Найдите периметр треугольника CDE .

3. Две стороны четырёхугольника равны 1 и 3. Одна из диагоналей делит его на два равнобедренных треугольника и имеет длину 2. Чему может быть равен периметр четырёхугольника? Перечислите все возможные варианты.

4. Дан набор из 64 одинаковых равносторонних треугольников. На сторонах каждого треугольника записаны числа 1, 3 и 4. Из этого набора собрали один большой равносторонний треугольник так, чтобы на всех касающихся друг друга сторонах маленьких треугольников было записано одно и то же число. Чему может быть равна сумма чисел на границе большого треугольника? Перечислите все возможные варианты.

5. Джараксус и Рагнарос подготовили для математической игры по 10 карточек. С каждой стороны карточки написано число от 2 до 9, при этом числа с разных сторон одной карточки не могут быть взаимно простыми. Джараксус и Рагнарос разложили карточки на столе и посчитали сумму чисел на лицевой стороне — у каждого получилось 49. Вдруг прилетел Нефариан и своим дыханием перевернул все 20 карточек. Джараксус и Рагнарос снова стали считать сумму чисел на лицевой стороне карточек. Найдите максимально возможную разность между суммой Джараксуса и суммой Рагнароса.

6. 11 человек участвуют в олимпиаде. В конце для каждого из участников подсчитывается число набранных баллов, и награды распределяются следующим образом: все, кто набрал максимальное число баллов, получают золотые медали; все, кто набрал второе максимальное число баллов, получают серебряные медали; все, кто набрал третье максимальное число баллов, получают бронзовые медали; остальные не получают ничего. Сколько различных наборов медалей может понадобиться для награждения?

Примечание. «1 золотая, 1 серебряная, 1 бронзовая» — это один набор; «1 золотая, 1 серебряная, 2 бронзовых» — это второй набор; «2 золотых, 1 серебряная, 2 бронзовых» — это третий набор и т.д. Все эти возможные варианты наборов и нужно посчитать.

7. В кинозале 8 рядов. Места в каждом ряду пронумерованы от 1 до 16. Зрители купили билеты и заняли все места в зале, но каждый зритель перепутал либо номер места, либо номер ряда. При этом известно, что если зритель A сидит на месте зрителя B , то зритель B не может сидеть на месте зрителя A . За одну операцию разрешается поменять местами двух зрителей, которые сидят либо в одном ряду, либо на местах с одним номером.

а) Найдите минимальное число операций, которое необходимо, чтобы гарантированно рассадить всех зрителей по местам.

б) Теперь вы сами можете рассадить зрителей в соответствии с условиями задачи. Какого минимального числа операций достаточно в этом случае?

Примечание. Опишем простым языком: чем меньше операций нужно, тем лучше случай. В пункте а) нужно найти число операций для наихудшего случая, а в пункте б) — для наилучшего.

Вступительная олимпиада 2024/2025 учебного года

8 класс, письменный тур 22.09.2024. Вариант 2

1. Кот занимает 45% маленького пакета или 30% большого пакета. На какое минимальное (единое) число процентов нужно увеличить объём обоих пакетов, чтобы в них поместились и заняли всё место несколько таких же котов?

Примечание 1. Кот не может сидеть в двух пакетах одновременно!

Примечание 2. В пакет можно класть кота, но нельзя класть другой пакет!

2. В треугольнике ABC известны длины всех сторон: $AB = 12$, $AC = 13$, $BC = 8$. Биссектрисы углов A и B пересекаются в точке I . Через точку I проведена прямая, параллельная AB , которая пересекает стороны AC и BC треугольника в точках D и E соответственно. Найдите периметр треугольника CDE .

3. Две стороны четырёхугольника равны 2 и 5. Одна из диагоналей делит его на два равнобедренных треугольника и имеет длину 4. Чему может быть равен периметр четырёхугольника? Перечислите все возможные варианты.

4. Дан набор из 64 одинаковых равносторонних треугольников. На сторонах каждого треугольника записаны числа 1, 2 и 3. Из этого набора собрали один большой равносторонний треугольник так, чтобы на всех касающихся друг друга сторонах маленьких треугольников было записано одно и то же число. Чему может быть равна сумма чисел на границе большого треугольника? Перечислите все возможные варианты.

5. Джараксус и Рагнарос подготовили для математической игры по 11 карточек. С каждой стороны карточки написано число от 2 до 9, при этом числа с разных сторон одной карточки не могут быть взаимно простыми. Джараксус и Рагнарос разложили карточки на столе и посчитали сумму чисел на лицевой стороне — у каждого получилось 53. Вдруг прилетел Нефариан и своим дыханием перевернул все 22 карточки. Джараксус и Рагнарос снова стали считать сумму чисел на лицевой стороне карточек. Найдите максимально возможную разность между суммой Джараксуса и суммой Рагнароса.

6. 10 человек участвуют в олимпиаде. В конце для каждого из участников подсчитывается число набранных баллов, и награды распределяются следующим образом: все, кто набрал максимальное число баллов, получают золотые медали; все, кто набрал второе максимальное число баллов, получают серебряные медали; все, кто набрал третье максимальное число баллов, получают бронзовые медали; остальные не получают ничего. Сколько различных наборов медалей может понадобиться для награждения?

Примечание. «1 золотая, 1 серебряная, 1 бронзовая» — это один набор; «1 золотая, 1 серебряная, 2 бронзовых» — это второй набор; «2 золотых, 1 серебряная, 2 бронзовых» — это третий набор и т.д. Все эти возможные варианты наборов и нужно посчитать.

7. В кинозале 10 рядов. Места в каждом ряду пронумерованы от 1 до 14. Зрители купили билеты и заняли все места в зале, но каждый зритель перепутал либо номер места, либо номер ряда. При этом известно, что если зритель A сидит на месте зрителя B , то зритель B не может сидеть на месте зрителя A . За одну операцию разрешается поменять местами двух зрителей, которые сидят либо в одном ряду, либо на местах с одним номером.

а) Найдите минимальное число операций, которое необходимо, чтобы гарантированно рассадить всех зрителей по местам.

б) Теперь вы сами можете рассадить зрителей в соответствии с условиями задачи. Какого минимального числа операций достаточно в этом случае?

Примечание. Опишем простым языком: чем меньше операций нужно, тем лучше случай. В пункте а) нужно найти число операций для наихудшего случая, а в пункте б) — для наилучшего.