

Двойной подсчёт

Решаем вместе

1. Можно ли закрасить несколько клеток доски 4×6 так, чтобы в каждой строке было 5 закрашенных клеток, а в каждом столбце — 3?

2. В клетки таблицы 4×4 записали натуральные числа. Могло ли оказаться так, что сумма чисел в каждой следующей строке на 2 больше, чем в предыдущей, а сумма чисел в каждом следующем столбце на 3 больше, чем в предыдущем?

3. Можно ли в клетки таблицы 6×6 поставить некоторое количество звёздочек так, чтобы в каждом квадрате 2×2 было ровно две звёздочки, а в каждом прямоугольнике 1×3 — ровно одна звёздочка?

б) А в таблице 10×10 ?

Решаем самостоятельно

1. Можно ли в клетки прямоугольной таблицы записать числа так, что
а) в каждом столбце сумма положительная, а в каждой строке — отрицательная;

б) в каждом столбце сумма больше 10, а в каждой строке — меньше 10?

2. Можно ли записать натуральные числа в клетки таблицы 7×7 так, чтобы в любом квадрате 2×2 и любом квадрате 3×3 сумма чисел была нечётная?

3. Можно ли расставить целые числа от 2 до 17 в клетках таблицы 4×4 так, чтобы суммы во всех строках были равны и не было такой строки, в которой какое-то число делилось бы на другое?

4. В клетках таблицы 10×10 расставлены числа от 1 до 100. Пусть S_1, S_2, \dots, S_{10} — суммы чисел, стоящих в столбцах таблицы. Могло ли оказаться так, что в ряду чисел S_1, S_2, \dots, S_{10} каждые два соседних различаются на 1?

5. Назовём таблицу *интересной*, если суммы чисел во всех её строках разные, а суммы чисел во всех её столбцах одинаковые. Существует ли *интересная* таблица 8×8 в клетках которой стоят только из нули и единицы?

6. Можно ли в таблице 7×9 закрасить 24 клетки так, чтобы в любом квадрате 3×3 было ровно 4 закрашенные клетки, а в любом квадрате 5×5 было не менее 14 незакрашенных клеток?

7. В каждой клетке таблицы 100×100 записано одно из чисел 1 или -1 . Могло ли оказаться так, что ровно в 99 строках суммы чисел отрицательны, а ровно в 99 столбцах — положительны?

8. Клетки таблицы 11×11 раскрашены в белый и черный цвета так, что из четырёх угловых клеток таблицы три белые и одна черная. Верно ли, что в таблице гарантированно найдется квадрат 2×2 , в котором число белых клеток нечётно?