

Логика

На космической станции «Орбита» работают роботы двух типов: исправные всегда говорят правду, сбойные всегда лгут. Внешне они неотличимы.

3.0. В отсеке собрались 12 роботов. Первый сказал: «Здесь не более нуля исправных». Второй: «Здесь не более одного исправного». Третий: «Здесь не более двух исправных». И так далее — двенадцатый сказал: «Здесь не более одиннадцати исправных». Сколько исправных роботов в отсеке?

3.1. Два бортинженера спорят о грузе. Маша считает, что два баллона с кислородом тяжелее трёх контейнеров с водой, а Аня считает, что три баллона тяжелее четырёх контейнеров. Известно, что одна из них права, а другая ошибается. Верно ли, что 12 баллонов тяжелее 18 контейнеров? Все баллоны весят одинаково, и все контейнеры весят одинаково.

3.2. За круглым пультом управления сидят 12 роботов.

а) Каждый сказал: «Напротив меня сидит сбойный». Сколько за пультом сбойных роботов?

б) Каждый заявил: «Все остальные, кроме меня и моих двух соседей, — сбойные». Сколько за пультом исправных роботов?

3.3. Станция «Орбита» имеет форму куба, и каждой из шести её граней управляет один робот. Соседними считаются грани, имеющие общее ребро. Каждый робот доложил: «Среди роботов на соседних гранях сбойных больше, чем исправных». Сколько на станции исправных роботов и сколько сбойных?

3.4. В межпланетной конференции участвовали ровно 100 делегатов: земляне, которые всегда говорят правду, и марсиане, которые всегда лгут. Каждого по очереди спрашивали, кого больше среди остальных делегатов, себя считать не нужно: землян или марсиан. После пятьдесят первого ответа опрос прервали, потому что каждый опрошенный ответил, что марсиан больше. Сколько землян было на конференции?

3.5. В Совете станции 101 робот. Чтобы сэкономить энергию, решили отключить одного из них. Но каждый робот заявил: «Если отключат именно меня, то среди оставшихся большинство составят сбойные». Сколько в Совете исправных роботов и сколько сбойных?

3.6. На планете Глизе встретились два двухголовых инопланетянина, у которых головы перепутаны: у каждого по две головы, но какая голова чья — неизвестно. Каждый инопланетянин либо целиком правдив: обе его головы говорят правду, либо целиком лжив: обе лгут. Головы сказали: первая — «Я правдивая голова»; вторая — «Третья голова — моя родная»; третья — «Вторая голова мне не родная»; четвёртая — «Третья голова лживая». Какие головы какому инопланетянину принадлежат?

3.7. Бортовой компьютер корабля по четвергам и пятницам всегда отвечает правду, по вторникам всегда лжёт, а в остальные дни может отвечать и правду, и неправду. Семь дней подряд его спрашивали, как называется корабль. В первые шесть дней он ответил: «Альтаир», «Вега», «Альтаир», «Вега», «Сириус», «Вега». Что он ответил на седьмой день?

3.8. За круглым пультом сидят 10 роботов. Двое из них сказали: «Оба моих соседа — сбойные», а остальные восемь сказали: «Оба моих соседа — исправные». Сколько исправных роботов могло сидеть за пультом? Найдите все возможности и докажите, что других нет.

3.9. За круглым пультом сидят 30 роботов. У каждого ровно один напарник среди сидящих за этим же пультом, причём у исправного напарник — сбойный, а у сбойного напарник — исправный, напарничество взаимно. Всем задали вопрос: «Сидит ли рядом с вами ваш напарник?» Ответ «Да» дали все, кто сидел через одного, то есть пятнадцать роботов, занимающих места через одно. Сколько из остальных пятнадцати могли также ответить «Да»?

Логика. Решения

На космической станции «Орбита» работают роботы двух типов: исправные всегда говорят правду, сбойные всегда лгут. Внешне они неотличимы.

3.0. В отсеке собрались 12 роботов. Первый сказал: «Здесь не более нуля исправных». Второй: «Здесь не более одного исправного». Третий: «Здесь не более двух исправных». И так далее — двенадцатый сказал: «Здесь не более одиннадцати исправных». Сколько исправных роботов в отсеке?

Решение: Пусть исправных роботов k . Тогда истинными являются утверждения начиная с $(k + 1)$ -го, то есть всего истинных утверждений $12 - k$. Но истинных утверждений ровно столько же, сколько исправных роботов. Значит, $k = 12 - k$, откуда $k = 6$.

3.1. Два бортинженера спорят о грузе. Маша считает, что два баллона с кислородом тяжелее трёх контейнеров с водой, а Аня считает, что три баллона тяжелее четырёх контейнеров. Известно, что одна из них права, а другая ошибается. Верно ли, что 12 баллонов тяжелее 18 контейнеров? Все баллоны весят одинаково, и все контейнеры весят одинаково.

Решение: Пусть баллон весит a , а контейнер — b . Если Маша права, то $2a > 3b$, откуда $a > 1,5b$. Тогда $3a > 4,5b > 4b$, то есть Аня тоже права, что невозможно. Значит, Маша ошибается и $2a \leq 3b$. Но неравенство $12a > 18b$ равносильно $2a > 3b$, поэтому оно неверно.

3.2. За круглым пультом управления сидят 12 роботов.

а) Каждый сказал: «Напротив меня сидит сбойный». Сколько за пультом сбойных роботов?

б) Каждый заявил: «Все остальные, кроме меня и моих двух соседей, — сбойные». Сколько за пультом исправных роботов?

Решение: а) Разобьём роботов на 6 пар сидящих друг напротив друга. В такой паре не могут сидеть два исправных робота, иначе оба солгут. Не могут сидеть и два сбойных, иначе оба скажут правду. Значит, в каждой паре ровно один сбойный робот, всего их 6.

б) Если исправный робот есть, то все исправные должны находиться среди него самого и двух его соседей, поэтому исправных не больше трёх. Исправных не может быть ноль: тогда все сбойные говорят правду. Не может быть один: его сосед-сбойный тоже скажет правду. Не может быть три: тогда они должны сидеть подряд, но крайний из них увидит третьего исправного вне своей тройки и солжёт. Два исправных возможны, причём они должны сидеть рядом.

3.3. Станция «Орбита» имеет форму куба, и каждой из шести её граней управляет один робот. Соседними считаются грани, имеющие общее ребро. Каждый робот доложил: «Среди роботов на соседних гранях сбойных больше, чем исправных». Сколько на станции исправных роботов и сколько сбойных?

Решение: Разобьём грани куба на три пары противоположных. Пусть всего исправных роботов k . Для двух противоположных граней набор соседних граней один и тот же. Поэтому на противоположных гранях не могут находиться роботы разных типов: тогда один и тот же набор соседей должен был бы одновременно делать утверждение истинным и ложным. Значит, каждая пара противоположных граней состоит из роботов одного типа, поэтому исправных может быть только 0, 2, 4 или 6. При 0 сбойные говорили бы правду, а при 4 или 6 исправные говорили бы неправду. При 2 исправных, расположенных на противоположных гранях, каждый из них окружён четырьмя сбойными, а у каждого сбойного среди соседей по два исправных и два сбойных, поэтому его утверждение ложно.

3.4. В межпланетной конференции участвовали ровно 100 делегатов: земляне, которые всегда говорят правду, и марсиане, которые всегда лгут. Каждого по очереди спрашивали, кого больше среди остальных делегатов, себя считать не нужно: землян или марсиан. После пятьдесят первого ответа опрос прервали, потому что каждый опрошенный ответил, что марсиан больше. Сколько землян было на конференции?

Решение: Пусть землян x . Землянин ответит, что марсиан больше, если $100 - x > x - 1$, то есть $x \leq 50$. Марсианин даст такой же ответ, если это утверждение ложно, то есть если $100 - x \leq x$, откуда $x \geq 50$. Если $x < 50$, так могли ответить только земляне, но их меньше 51. Если $x > 50$, так могли ответить только марсиане, но их меньше 50. Значит, $x = 50$.

3.5. В Совете станции 101 робот. Чтобы сэкономить энергию, решили отключить одного из них. Но каждый робот заявил: «Если отключат именно меня, то среди оставшихся большинство составят сбойные». Сколько в Совете исправных роботов и сколько сбойных?

Решение: Пусть сбойных роботов b . Если говорит исправный робот, то после его отключения останется b сбойных из 100 роботов, поэтому $b \geq 51$. Если говорит сбойный робот, то после его отключения останется $b - 1$ сбойных, а его утверждение должно быть ложным, поэтому $b - 1 \leq 50$. Значит, $b = 51$, а исправных роботов $101 - 51 = 50$.

3.6. На планете Глизе встретились два двухголовых инопланетянина, у которых головы перепутаны: у каждого по две головы, но какая голова чья — неизвестно. Каждый инопланетянин либо целиком правдив: обе его головы говорят правду, либо целиком лжив: обе лгут. Головы сказали: первая — «Я правдивая голова»; вторая — «Третья голова — моя родная»; третья — «Вторая голова мне не родная»; четвёртая — «Третья голова лживая». Какие головы какому инопланетянину принадлежат?

Решение: Фразы второй и третьей голов противоположны по смыслу. Если бы эти головы принадлежали одному инопланетянину, они должны были бы одновременно говорить либо правду, либо ложь, что невозможно. Значит, они принадлежат разным инопланетянам. Тогда вторая голова лжёт, а третья говорит правду. Четвёртая голова называет третью лживой, то есть тоже лжёт, поэтому она принадлежит тому же инопланетянину, что и вторая. Первая голова остаётся вместе с третьей.

3.7. Бортовой компьютер корабля по четвергам и пятницам всегда отвечает правду, по вторникам всегда лжёт, а в остальные дни может отвечать и правду, и неправду. Семь дней подряд его спрашивали, как называется корабль. В первые шесть дней он ответил: «Альтаир», «Вега», «Альтаир», «Вега», «Сириус», «Вега». Что он ответил на седьмой день?

Решение: В четверг и пятницу компьютер должен два дня подряд назвать настоящее имя корабля. Среди первых шести ответов двух одинаковых подряд нет, поэтому четверг и пятница не могут целиком попасть в первые шесть дней. Значит, либо первый день — пятница, либо шестой — четверг. Если шестой день — четверг, то настоящее название корабля — «Вега», но тогда четвёртый день — вторник, а в этот день компьютер тоже ответил «Вега», хотя должен был солгать. Значит, первый день — пятница, настоящее название — «Альтаир», а седьмой день — четверг.

3.8. За круглым пультом сидят 10 роботов. Двое из них сказали: «Оба моих соседа — сбойные», а остальные восемь сказали: «Оба моих соседа — исправные». Сколько исправных роботов могло сидеть за пультом? Найдите все возможности и докажите, что других нет.

Решение: Два исправных робота не могут сидеть рядом: крайний исправный в таком блоке имел бы одного исправного и одного сбойного соседа, поэтому ни одно из двух утверждений для него не было бы истинным. Значит, каждый исправный сидит между двумя сбойными и говорит первую фразу. Таких фраз всего две, поэтому исправных не больше двух. Исправных не может быть ноль, иначе первая фраза была бы истинной у сказавших её сбойных роботов. Один исправный возможен: он говорит первую фразу, а ещё один из соседних с ним сбойных роботов говорит первую фразу; остальные говорят вторую. Два исправных тоже возможны, если они расположены так, чтобы между ними не было ровно одного сбойного робота.

3.9. За круглым пультом сидят 30 роботов. У каждого ровно один напарник среди сидящих за этим же пультом, причём у исправного напарник — сбойный, а у сбойного напарник — исправный, напарничество взаимно. Всем задали вопрос: «Сидит ли рядом с вами ваш напарник?» Ответ «Да» дали все, кто сидел через одного, то есть пятнадцать роботов, занимающих места через одно. Сколько из остальных пятнадцати могли также ответить «Да»?

Решение: Рассмотрим любую пару напарников: исправного и сбойного. Если они сидят рядом, исправный ответит «Да», а сбойный — «Нет». Если они сидят не рядом, исправный ответит «Нет», а сбойный — «Да». Значит, в каждой паре напарников ровно один робот отвечает «Да». Всего пар 15, поэтому ответ «Да» прозвучал ровно 15 раз. Все эти ответы уже дали роботы, сидящие через одного.