

## 7. Десятичная запись

Запись натурального числа  $\overline{abc}$  означает, что в нем  $a$  сотен,  $b$  десятков и  $c$  единиц. В виде формальной записи это выглядит так:  $\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$  ( $a, b, c$  — цифры,  $a$  не равно 0). Т. е. каждое натуральное число можно представить как некую сумму, устроенную вполне определенным образом.

**7.0.** Вася хвастается, что придумал математический фокус.

- Он просит вас загадать число от 1 до 9, а потом умножить его на 11 и сказать только последнюю цифру. А в ответ он очень быстро назовет вам число, которое вы загадали. Сможете ли вы его повторить для кого-то другого?
- Подумав, Вася решил, что фокус слишком простой и сказал, что теперь он будет поступать хитрее. Он предлагает вам загадать число от 1 до 9, умножить на 11, а потом на 21, а Вася в свою очередь услышав результат — очень быстро назовет вам загаданное число (Очевидно, что поделить с такой скоростью результат на 21, а потом на 11 он не успеет.) Сможете ли вы теперь показать этот фокус?

**7.1.** Петя записал номер своего велосипедного замка, но забыл его. Помнит только: если к этому двузначному номеру прибавить сумму его цифр, получится число-перевёртыш (записанное теми же цифрами в обратном порядке). Помогите Пете вспомнить код.

**7.2.** Каково четырехзначное число, в котором первая цифра — третья третья, вторая — сумма первой и третьей, а четвертая — утроенная третья?

**7.3.** Найдите все такие четырехзначные числа, две средние цифры которых образуют число, в 7 раз большее числа тысяч и в 2 раза большее числа единиц.

**7.4.** Любые две соседние цифры числа образуют число, кратное 23. Какое наибольшее количество цифр может иметь это число?

**7.5.** Сергей, выпускник малого мехмата, забыл пароль от своего компьютера. Он помнит, что пароль — семизначное число, первые три цифры которого одинаковы, и последние четыре цифры тоже одинаковы. Сумма всех цифр пароля — двузначное число, первая цифра которого совпадает с первой цифрой пароля, а последняя — с последней. Помогите Сергею вспомнить пароль.

**7.6.** Решите ребус: здесь разными буквами обозначены разные цифры, а одинаковыми — одинаковые.

$$\begin{array}{r} A B C \\ + \quad A C \\ \hline B C C \end{array}$$

**7.7.** Из пятизначного числа вычли такое же, но записанное в обратном порядке. Докажите, что получившееся число делится на 11.

**7.8.** Матвей забыл номер своей аудитории, но запомнил, что если приписать к ее номеру 7 и сложить с исходным номером, то получится 4671. Помогите ему вспомнить номер своей аудитории.

**7.9.** Когда число КАСКА умножили на 99999, то получили число, оканчивающееся на 285. Какое число обозначено словом КАСКА?

**7.10.** Число 2999 умножают на число, состоящее из 100 единиц. Найдите сумму цифр полученного произведения.

## 7. Десятичная запись

Запись натурального числа  $\overline{abc}$  означает, что в нем  $a$  сотен,  $b$  десятков и  $c$  единиц. В виде формальной записи это выглядит так:  $\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$  ( $a, b, c$  — цифры,  $a$  не равно 0). Т. е. каждое натуральное число можно представить как некую сумму, устроенную вполне определенным образом.

**7.0.** Вася хвастается, что придумал математический фокус.

- Он просит вас загадать число от 1 до 9, а потом умножить его на 11 и сказать только последнюю цифру. А в ответ он очень быстро назовет вам число, которое вы загадали. Сможете ли вы его повторить для кого-то другого?
- Подумав, Вася решил, что фокус слишком простой и сказал, что теперь он будет поступать хитрее. Он предлагает вам загадать число от 1 до 9, умножить на 11, а потом на 21, а Вася в свою очередь услышав результат — очень быстро назовет вам загаданное число (Очевидно, что поделить с такой скоростью результат на 21, а потом на 11 он не успеет.) Сможете ли вы теперь показать этот фокус?

**7.1.** Петя записал номер своего велосипедного замка, но забыл его. Помнит только: если к этому двузначному номеру прибавить сумму его цифр, получится число-перевёртыш (записанное теми же цифрами в обратном порядке). Помогите Пете вспомнить код.

**7.2.** Каково четырехзначное число, в котором первая цифра — третья третья, вторая — сумма первой и третьей, а четвертая — утроенная третья?

**7.3.** Найдите все такие четырехзначные числа, две средние цифры которых образуют число, в 7 раз большее числа тысяч и в 2 раза большее числа единиц.

**7.4.** Любые две соседние цифры числа образуют число, кратное 23. Какое наибольшее количество цифр может иметь это число?

**7.5.** Сергей, выпускник малого мехмата, забыл пароль от своего компьютера. Он помнит, что пароль — семизначное число, первые три цифры которого одинаковы, и последние четыре цифры тоже одинаковы. Сумма всех цифр пароля — двузначное число, первая цифра которого совпадает с первой цифрой пароля, а последняя — с последней. Помогите Сергею вспомнить пароль.

**7.6.** Решите ребус: здесь разными буквами обозначены разные цифры, а одинаковыми — одинаковые.

$$\begin{array}{r} A B C \\ + \quad A C \\ \hline B C C \end{array}$$

**7.7.** Из пятизначного числа вычли такое же, но записанное в обратном порядке. Докажите, что получившееся число делится на 11.

**7.8.** Матвей забыл номер своей аудитории, но запомнил, что если приписать к ее номеру 7 и сложить с исходным номером, то получится 4671. Помогите ему вспомнить номер своей аудитории.

**7.9.** Когда число КАСКА умножили на 99999, то получили число, оканчивающееся на 285. Какое число обозначено словом КАСКА?

**7.10.** Число 2999 умножают на число, состоящее из 100 единиц. Найдите сумму цифр полученного произведения.