

7. Десятичная запись

Запись натурального числа \overline{abc} означает, что в нем a сотен, b десятков и c единиц. В виде формальной записи это выглядит так: $\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$ (a, b, c — цифры, a не равно 0). Т. е. каждое натуральное число можно представить как некую сумму, устроенную вполне определенным образом.

7.0. Вася хвастается, что придумал математический фокус.

- Он просит вас загадать число от 1 до 9, а потом умножить его на 11 и сказать только последнюю цифру. А в ответ он очень быстро назовет вам число, которое вы загадали. Сможете разгадать секрет фокуса? Сможете ли вы его повторить для кого-то другого?
- Подумав, Вася решил, что фокус слишком простой и сказал, что теперь он будет поступать хитрее. Он предлагает вам загадать число от 1 до 9, умножить на 11, а потом на 21, а Вася в свою очередь услышав результат — очень быстро назовет вам загаданное число (Очевидно, что поделить с такой скоростью результат на 21, а потом на 11 он не успеет.) Сможете ли вы теперь показать этот фокус?

7.1. Петя записал номер своего велосипедного замка, но забыл его. Помнит только: если к этому двузначному номеру прибавить сумму его цифр, получится число-перевертыш (записанное теми же цифрами в обратном порядке). Помогите Пете вспомнить код.

7.2. Каково четырехзначное число, в котором первая цифра — треть третьей, вторая — сумма первой и третьей, а четвертая — утроенная третья?

7.3. Найдите все такие четырехзначные числа, две средние цифры которых образуют число, в 7 раз большее числа тысяч и в 2 раза большее числа единиц.

7.4. Любые две соседние цифры числа образуют число, кратное 23. Какое наибольшее количество цифр может иметь это число?

7.5. Сергей, выпускник малого мехмата, забыл пароль от своего компьютера. Он помнит, что пароль — семизначное число, первые три цифры которого одинаковы, и последние четыре цифры тоже одинаковы. Сумма всех цифр пароля — двузначное число, первая цифра которого совпадает с первой цифрой пароля, а последняя — с последней. Помогите Сергею вспомнить пароль.

7.6. Решите ребус: здесь разными буквами обозначены разные цифры, а одинаковыми — одинаковые.

$$\begin{array}{r} ABC \\ + AC \\ \hline A \\ BCC \end{array}$$

7.7. Из пятизначного числа вычли такое же, но записанное в обратном порядке. Докажите, что получившееся число делится на 11.

7.8. Матвей забыл номер своей аудитории, но запомнил, что если приписать к ее номеру 7 и сложить с исходным номером, то получится 4671. Помогите ему вспомнить номер своей аудитории.

7.9. Когда число КАСКА умножили на 99999, то получили число, оканчивающееся на 285. Какое число обозначено словом КАСКА?

7.10. Число 2999 умножают на число, состоящее из 100 единиц. Найдите сумму цифр полученного произведения.

7. Десятичная запись

Запись натурального числа \overline{abc} означает, что в нем a сотен, b десятков и c единиц. В виде формальной записи это выглядит так: $\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$ (a, b, c — цифры, a не равно 0). Т. е. каждое натуральное число можно представить как некую сумму, устроенную вполне определенным образом.

7.0. Вася хвастается, что придумал математический фокус.

- Он просит вас загадать число от 1 до 9, а потом умножить его на 11 и сказать только последнюю цифру. А в ответ он очень быстро назовет вам число, которое вы загадали. Сможете разгадать секрет фокуса? Сможете ли вы его повторить для кого-то другого?
- Подумав, Вася решил, что фокус слишком простой и сказал, что теперь он будет поступать хитрее. Он предлагает вам загадать число от 1 до 9, умножить на 11, а потом на 21, а Вася в свою очередь услышав результат — очень быстро назовет вам загаданное число (Очевидно, что поделить с такой скоростью результат на 21, а потом на 11 он не успеет.) Сможете ли вы теперь показать этот фокус?

7.1. Петя записал номер своего велосипедного замка, но забыл его. Помнит только: если к этому двузначному номеру прибавить сумму его цифр, получится число-перевертыш (записанное теми же цифрами в обратном порядке). Помогите Пете вспомнить код.

7.2. Каково четырехзначное число, в котором первая цифра — треть третьей, вторая — сумма первой и третьей, а четвертая — утроенная третья?

7.3. Найдите все такие четырехзначные числа, две средние цифры которых образуют число, в 7 раз большее числа тысяч и в 2 раза большее числа единиц.

7.4. Любые две соседние цифры числа образуют число, кратное 23. Какое наибольшее количество цифр может иметь это число?

7.5. Сергей, выпускник малого мехмата, забыл пароль от своего компьютера. Он помнит, что пароль — семизначное число, первые три цифры которого одинаковы, и последние четыре цифры тоже одинаковы. Сумма всех цифр пароля — двузначное число, первая цифра которого совпадает с первой цифрой пароля, а последняя — с последней. Помогите Сергею вспомнить пароль.

7.6. Решите ребус: здесь разными буквами обозначены разные цифры, а одинаковыми — одинаковые.

$$\begin{array}{r} ABC \\ + AC \\ \hline A \\ BCC \end{array}$$

7.7. Из пятизначного числа вычли такое же, но записанное в обратном порядке. Докажите, что получившееся число делится на 11.

7.8. Матвей забыл номер своей аудитории, но запомнил, что если приписать к ее номеру 7 и сложить с исходным номером, то получится 4671. Помогите ему вспомнить номер своей аудитории.

7.9. Когда число КАСКА умножили на 99999, то получили число, оканчивающееся на 285. Какое число обозначено словом КАСКА?

7.10. Число 2999 умножают на число, состоящее из 100 единиц. Найдите сумму цифр полученного произведения.