

6. Принцип Дирихле

- 6.0.** Кролики сидят в клетках. Докажите, что если кроликов больше, чем клеток, то найдётся клетка, где больше одного кролика.
- 6.1.** Докажите, что в этой аудитории найдутся хотя бы два человека, родившихся в один месяц
- 6.2.** Какое наибольшее число ладей можно расставить на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?
- 6.3.** Троє в лодке (не считая собаки) едят голубику. Всего у них было 25 ягод. Докажите, что найдётся едок, съевший не меньше 9 ягод.
- 6.4.** Вождь краснокожих каждую минуту называет бандитам сумму выкупа, который они будут вынуждены заплатить за него, увеличивая её каждый раз на единицу. Докажите, что среди последних семи названных чисел найдутся два, разность которых делится на 6.
- 6.5.** Вася, Коля и Петя загадали по 4 двузначных числа, но не сказали их Маше. Маша сказала, что среди них обязательно есть два, разность которых записывается одинаковыми цифрами. Права ли Маша?
- 6.6.** Легенда гласит, что познавший глубинную суть математики сможет рассечь треугольник одной прямой так, что пересечёт все три стороны, но не зацепит ни единой вершины. Докажите, что это невозможно.
- 6.7.** В легенде о шахматной доске изобретатель шахмат попросил в награду зерно за первую клетку, два зерна за вторую, четыре за третью, и за каждую следующую клетку вдвое больше зёрен, чем за предыдущую. Не будем ограничивать себя шахматной доской и представим всю последовательность таких чисел. Докажите, что среди любых 2025 из них найдутся два, разность которых делится на 2024.
- 6.8.** Кузьма Скоробогатый ведёт счёт деньгам и каждый день записывает, сколько заработал. Докажите, что из 2025 дней получится выбрать один или несколько, что его доход за них в сумме будет делиться на 2025.
- 6.9.** В городе Квадратном разбили треугольную клумбу со сторонами по 3 метра, на которую торжественно высадили 10 роз. Докажите, что найдутся две розы, расстояние между которыми не больше метра.
- 6.10.** Главную площадь города Квадратного раскрасили в красный и синий неизвестные художники-авангардисты. Докажите, что на площади найдутся две точки одинакового цвета, расстояние между которыми будет в точности равно эталону метра из палаты мер и весов города Квадратного.
- 6.11.** Наташа любит конфеты, а её кошка — пакеты. У них есть 2025 конфет и 100 пакетов, куда их нужно разложить. После долгих часов труда получилось, что в каждом пакете есть конфеты, и нет пакетов с одинаковым количеством конфет (если пакет попал внутрь другого, то мы считаем, что все его конфеты лежат и во внешнем). Докажите, что в каком-то пакете лежит пакет с пакетом внутри.