

1. **В-1.** За полгода занятий на Малом мехмате Петя решил на одну задачу больше Маши, Маша — на одну задачу больше Кати, а Катя — на одну задачу больше Толи. За каждую решённую задачу каждый из ребят получал плюстик, и на четверых они в сумме получили 254 плюстика. Сколько задач решила Маша?

В-2. За полгода занятий на Малом мехмате Маша решила на одну задачу меньше Пети, Петя — на одну задачу меньше Толи, а Толя — на одну задачу меньше Кати. За каждую решённую задачу каждый из ребят получал плюстик, и на четверых они в сумме получили 242 плюстика. Сколько задач решил Толя?

Ответ В-1. 64.

Ответ В-2. 61.

Решение. 1) Пусть Толя решил n задач, тогда Катя решила $n + 1$ задачу, Маша — $n + 2$ задачи, Петя — $n + 3$ задачи. Все вместе они решили $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 = 4n + 6 = 254$ задачи, откуда $n = 62$ и $n + 2 = 64$.

2) Пусть Маша решила n задач, тогда Петя решил $n + 1$ задачу, Толя — $n + 2$ задачи, Катя — $n + 3$ задачи. Все вместе они решили $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 = 4n + 6 = 242$ задачи, откуда $n = 59$ и $n + 2 = 61$.

2. **В-1.** Разрежьте квадрат на 24 одинаковых треугольника.

В-2. Разрежьте квадрат на 28 одинаковых треугольников.

Ответ В-1.

Ответ В-2.

Решение. Сначала разрезать квадрат на 12 (для второго варианта — 14) равных прямоугольников, а затем каждый из них по диагонали — на два равных прямоугольных треугольника.

3. **В-1.** Какой угол (в градусах) образуют часовая и минутная стрелки часов в 09:45? Стрелки часов движутся равномерно и непрерывно.

В-2. Какой угол (в градусах) образуют часовая и минутная стрелки часов в 10:15? Стрелки часов движутся равномерно и непрерывно.

Ответ В-1. $22,5^\circ$.

Ответ В-2. $142,5^\circ$.

Решение. В указанный момент времени минутная стрелка показывает точно на одно из делений, а часовая сдвигается от деления 9 на $22,5^\circ$, поскольку за час часовая стрелка сдвигается на $360^\circ : 12 = 30^\circ$, а за три четверти часа, соответственно, — на $\frac{3}{4} \cdot 30^\circ = 22,5^\circ$ (для второго варианта — от деления 10 на $\frac{1}{4} \cdot 30^\circ = 7,5^\circ$).

4. **В-1.** Саша решал задачи на занятии кружка. К середине занятия он решил треть всех предложенных задач, а потом решил ещё две, и оказалось, что теперь ему осталось решить половину всех предложенных задач. Сколько задач было предложено на занятии?

В-2. Маша смотрела сериал. До сегодняшнего дня она успела посмотреть четверть всех его серий, а сегодня посмотрела ещё две, и теперь ей осталось досмотреть две трети всех серий. Сколько всего серий в сериале?

Ответ В-1. 12.

Ответ В-2. 24.

Решение. 1) Две задачи, которые решил Саша во второй половине занятия, составляют $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ от общего числа предложенных задач. Значит, всего было предложено $2 \cdot 6 = 12$ задач.

2) Две серии, которые Маша посмотрела сегодня, составляют $1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ от общего числа серий. Значит, всего серий было $2 \cdot 12 = 24$.

5. **В-1.** Найдите последнюю цифру числа 3^{2026} .

В-2. Найдите последнюю цифру числа 3^{2025} .

Ответ В-1. 9.

Ответ В-2. 3.

Решение. Последние цифры степеней тройки идут по циклу: $3 - 9 - 7 - 1$.

6. **В-1.** Сколькими способами можно вырезать из клетчатой доски 6×10 квадрат 3×3 (по клеткам)? Способы, отличающиеся только поворотом и/или зеркальным отражением доски, считаются различными.

В-2. Сколькими способами можно вырезать из клетчатой доски 7×9 квадрат 2×2 (по клеткам)? Способы, отличающиеся только поворотом и/или зеркальным отражением доски, считаются различными.

Ответ В-1. 32.

Ответ В-2. 48.

Решение. 1) Левая верхняя клетка вырезаемого квадрата не должна располагаться в двух самых нижних горизонталях и в двух самых правых вертикалях прямоугольника, поэтому выбрать её положение можно $4 \cdot 8 = 32$ способами. А это положение однозначно определяет положение вырезаемого квадрата.

2) Левая верхняя клетка вырезаемого квадрата не должна располагаться в самой нижней горизонтали и в самой правой вертикали прямоугольника, поэтому выбрать её положение можно $6 \cdot 8 = 48$ способами. А это положение однозначно определяет положение вырезаемого квадрата.

7. **В-1.** Сколько существует нечётных четырёхзначных натуральных чисел, в которых все цифры различны?

В-2. Сколько существует чётных трёхзначных натуральных чисел, в которых все цифры различны?

Ответ В-1. 2240.

Ответ В-2. 328.

Решение. 1) Последняя цифра — любая из 5 нечётных. Первая цифра должна быть не 0 и не равна последней (это 8 вариантов). Вторая — не равна первой и последней (тоже 8 вариантов). Третья — не равна первой, второй и последней (7 вариантов). Итого $5 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7 = 2240$.

2) Если последняя цифра 0, то первая может быть любой, кроме 0 (9 вариантов), вторая — не равной нулю и первой цифре (8 вариантов), итого $9 \cdot 8 = 72$ варианта. Если последняя цифра не 0, она может быть любой из четырёх чётных цифр 2, 4, 6, 8 (4 варианта), первая цифра — не равной 0 и последней цифре (8 вариантов), вторая — не равной первой и третьей цифре (8 вариантов), итого $4 \cdot 8 \cdot 8 = 256$ вариантов. Всего $72 + 256 = 328$ чисел.

8. **В-1.** Прямоугольник 7×8 см разрезали на 8 прямоугольников (не обязательно равных), сделав один разрез параллельно длинной стороне и три разреза — параллельно короткой. Найдите сумму периметров получившихся восьми прямоугольников. Ответ дайте в сантиметрах и запишите в виде числа (оно может быть и нецелым).

В-2. Прямоугольник 5×8 см разрезали на 9 прямоугольников (не обязательно равных), сделав два разреза параллельно длинной стороне и два разреза — параллельно короткой. Найдите сумму периметров получившихся девяти прямоугольников. Ответ дайте в сантиметрах и запишите в виде числа (оно может быть и нецелым).

Ответ В-1. 88.

Ответ В-2. 78.

Решение. Сумма периметров получившихся частей складывается из периметра исходного прямоугольника и удвоенной суммы длин всех разрезов (разрез вносит вклад в периметры прямоугольников по обе стороны от него).

1) $8 \cdot 4 + 7 \cdot 8 = 88$ см.

2) $6 \cdot 5 + 6 \cdot 8 = 78$ см.