

Вступительная олимпиада 2024/2025 учебного года

5 класс, письменный тур 22.09.2024. Все задачи и решения

1.

В-1. Монету бросают трижды. Сколько разных последовательностей орлов и решек можно при этом получить? (В ответе запишите целое число)

В-2. Каждую клетку прямоугольной таблицы 1×3 можно покрасить в чёрный или белый цвет. Сколько существует различных раскрасок этой таблицы? (В ответе запишите целое число)

Ответ В-1. 8.

Ответ В-2. 8.

Решение. Каждый бросок монетка падает орлом, либо решкой — два варианта. Монетку бросают три раза. Тогда получается $2^3 = 8$ последовательностей.

2.

В-1. Расставьте в клеточки цифры от 0 до 9 (каждую по одному разу) так, чтобы все равенства были верными. В качестве ответа заполните все клеточки на бланке ответов числами.

$$\square + \square = \square$$

$$\square - \mathbf{3} = \square$$

$$\square + \square = \square\square$$

В-2. Расставьте в клеточки цифры от 0 до 9 (каждую по одному разу) так, чтобы все равенства были верными. В качестве ответа заполните все клеточки на бланке ответов числами.

Ответ В-1. $7 + 2 = 9$, $8 - 3 = 5$, $4 + 6 = 10$.

Ответ В-2. $7 + 2 = 9$, $8 - 3 = 5$, $4 + 6 = 10$.

Решение. Полный перебор (можно проще, единственное подходящее двузначное число 10, т.к. в других местах 0 стоять не может, а также сумма однозначных чисел не превосходит 18).

3.

В-1. Три девочки нарисовали круг, квадрат и треугольник. Каждая из них нарисовала только одну фигуру. Вот что они сказали:

Ася: «Я нарисовала круг»;

Галя: «Марина нарисовала круг»;

Марина: «Я нарисовала квадрат».

Известно, что только одно из этих утверждений ложно. Нужно определить, кто из девочек нарисовал какую фигуру.

В-2. Три девочки нарисовали розу, тюльпан и лилию. Каждая из них нарисовала только один цветок. Вот что они сказали:

Маша: «Я нарисовала розу»;

Лена: «Катя нарисовала розу»;

Катя: «Я нарисовала тюльпан».

Известно, что только одно из этих утверждений ложно. Нужно определить, кто из девочек нарисовал какой цветок.

Ответ В-1. Ася — круг, Галя — треугольник, Марина — квадрат.

Ответ В-2. Маша — розу, Лена — лилию, Катя — тюльпан.

Решение. (Значок \Rightarrow обозначает «следовательно»). Утверждения Аси и Гали противоречат друг другу, значит, кто-то из них врёт \Rightarrow Марина говорит правду \Rightarrow Марина нарисовала квадрат \Rightarrow Галя врёт, а Ася говорит правду \Rightarrow Ася нарисовала круг. Тогда Галя могла нарисовать только треугольник.

4.

В-1. Изучая географию, Даша обнаружила, что:

от Калуги ведут дороги в Тулу, Брянск и Суздаль;
от Суздаля — в Брянск и Владимир;
от Владимира — в Тулу;
от Ярославля — в Брянск и Иваново;
от Костромы — в Брянск и Суздаль.

Как добраться из Костромы во Владимир, не заходя в Суздаль, если по каждой дороге можно пройти только один раз? Укажите города в том порядке, в котором их нужно пройти, начиная с Костромы, через запятую.

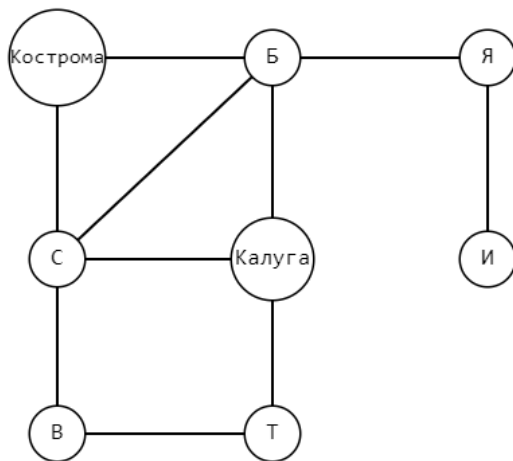
В-2. Исследуя социальные связи в школе, психолог отметила следующее:

Алиса дружит с Борисом, Виктором и Дарьей;
Дарья общается с Виктором и Еленой;
Елена дружит с Борисом;
Фёдор общается с Виктором и Григорием;
Игорь дружит с Виктором и Дарьей.

Известно, что школьники передают информацию только своим друзьям. Может ли секрет дойти от Игоря до Елены, минуя Дарью, если секретом два друга могут обмениваться только один раз? В ответе запишите имена школьников, начиная с Игоря, в той последовательности, в которой они передают секрет, через запятую.

Ответ В-1. Кострома, Брянск, Калуга, Тула, Владимир.

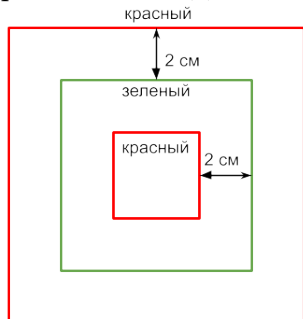
Ответ В-2. Игорь, Виктор, Алиса, Борис, Елена.



Решение. См граф.

5.

В-1. Даша вышивает квадратную салфетку. Вдоль края она вышивает квадрат красного цвета, затем, отступив от красного квадрата внутрь на 2 см — квадрат зелёного цвета, и отступив от зелёного квадрата на 2 см — снова квадрат красного цвета. При этом красных ниток она потратила на 16 дм больше, чем зелёных. Найдите длину стороны салфетки. Ответ дайте в см.



В-2. Даша вышивает квадратную салфетку. Вдоль края она вышивает квадрат красного цвета, затем, отступив от красного квадрата внутрь на 2 см — квадрат зелёного цвета, и отступив от зелёного квадрата на 2 см — снова квадрат красного цвета. При этом красных ниток она потратила на 16 дм больше, чем зелёных. Найдите длину стороны салфетки. Ответ дайте в см.

Ответ В-1. 44 см

Ответ В-2. 44 см

Решение. I вариант решения: Составим уравнение: x, y, z — длины красной, зеленой и

маленькой красной нити соответственно. $x + z = y + 160$, $x = y + 4 \cdot 4$, $y = z + 4 \cdot 4$. Отсюда $x = 176$, а ответ в 4 раза меньше: 44.

II вариант решения: поскольку длина одной красной нити больше зелёной настолько же, сколько другая красная нить меньше зелёной, поэтому красных ниток вдвое больше зелёных, следовательно, длина зелёной нити 160 см, а сторона салфетки равна $\frac{160}{4} + 2 + 2 = 44$.

6.

В-1. Викинги и гномы устроили состязание по перетягиванию каната. Все гномы равны по силе. Все викинги также равны по силе. В одной команде было 8 викингов и 18 гномов, а в другой — 54 гнома и 5 викингов. Оказалось, что силы команд равны (канат не сдвинулся ни в одну сторону). Сколько гномов равны по силе одному викингу?

В-2. Медведи и тигры устроили соревнование по перетягиванию каната. Все тигры равны по силе. Все медведи также равны по силе. В одной команде было 8 медведей и 18 тигров, а в другой — 54 тигра и 5 медведей. Оказалось, что силы команд равны (канат не сдвинулся ни в одну сторону). Сколько тигров равны по силе одному медведю?

Ответ В-1. 12.

Ответ В-2. 12.

Решение. Уберём из каждой команды по 5 викингов и 18 гномов, тогда 3 викинга равны по силе 36 гномам, значит, 1 викинг равен по силе 12 гномам.

7.

В-1. В ряд выложены квадраты и треугольники. Треугольника всего два — синий и красный. Оказалось, что справа от синего треугольника находятся красный треугольник и 7 квадратов, а слева от красного треугольника — 12 квадратов. Сколько квадратов между треугольниками, если всего выложено 17 фигур?

В-2. В ряд выложены кружки и звёзды. Звёзд всего две — зелёная и жёлтая. Известно, что справа от зелёной звезды находятся жёлтая звезда и 7 кружков, а слева от жёлтой звезды — 12 кружков. Сколько кружков между звёздами, если всего выложено 17 фигур?

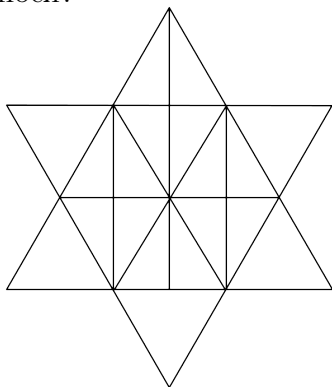
Ответ В-1. 4.

Ответ В-2. 4.

Решение. В ряд выложены 17 фигур, две из них — треугольники. Значит, квадратов всего $17 - 2 = 15$. Семь из них расположены правее синего треугольника, а остальные 8 левее него. Слева от красного треугольника 12 квадратов. Значит, между треугольниками $12 - 8 = 4$ квадрата.

8.

В-1. Егор нарисовал на доске рисунок. После этого он посчитал все треугольники, которые получились на этом рисунке. Сколько треугольников насчитал Егор, если известно, что он не ошибся?



В-2. Егор нарисовал на доске рисунок. После этого он посчитал все треугольники, которые получились на этом рисунке. Сколько треугольников насчитал Егор, если известно, что он не ошибся?

Ответ В-1. 52.

Ответ В-2. 52.

Решение. Ответ проверяется непосредственно.