Про числа. Решения

24 октября 2026

1. Найдите самое маленькое шестизначное число, в записи которого все цифры различны.

Ответ. 102345.

Решение. При сравнении шестизначных чисел слева направо меньше то число, у которого меньше первая различающаяся цифра. Поэтому будем последовательно выбирать наименьшие допустимые цифры.

Первая цифра не может быть нулём, поэтому ставим 1. Второй ставим 0, а затем по очереди наименьшие ещё не использованные цифры: 2, 3, 4 и 5. Получаем 102345.

2. Луиза сложила самое маленькое трёхзначное число с суммой цифр 12 с самым большим трёхзначным числом с суммой цифр 11. Какое число она получила?

Ответ. 1049.

Решение. У наименьшего трёхзначного числа с суммой цифр 12 первая цифра равна 1. На две оставшиеся цифры приходится сумма 11. Цифра единиц не больше 9, поэтому цифра десятков не меньше 2. Выбираем 2 десятка и 9 единиц: получаем 129.

У наибольшего трёхзначного числа с суммой цифр 11 первая цифра равна 9. На две оставшиеся цифры приходится сумма 2. Чтобы число было как можно больше, ставим 2 в разряд десятков, а 0 — в разряд единиц. Получаем 920.

Значит, Луиза получила

$$129 + 920 = 1049.$$

3. Луиза записала в ряд 5 цифр: 7 1 7 2 3. Серёже надо расставить между цифрами три знака «+» так, чтобы получить как можно большую сумму. (Если между цифрами нет знака «+», то они вместе считаются как одно число.) Чему равна наибольшая сумма? Объясните, почему она наибольшая.

Ответ. 83.

Решение. Между пятью цифрами есть четыре промежутка. В трёх из них будут стоять плюсы, а в одном — нет. Значит, получится одно двузначное число и три однозначных. Переберём все четыре варианта:

$$71 + 7 + 2 + 3 = 83,$$
$$7 + 17 + 2 + 3 = 29,$$
$$7 + 1 + 72 + 3 = 83,$$
$$7 + 1 + 7 + 23 = 38.$$

Наибольшая сумма равна 83. Она достигается в первом и третьем вариантах. Других вариантов расстановки трёх плюсов нет.

4. В четырёхзначном числе первая цифра меньше последней. Известно, что вторая цифра больше последней в два раза и равна третьей. Сумма всех цифр меньше 22. Найдите самое большое число, подходящее под условие. Объясните, почему оно наибольшее.

Ответ. 2663.

Решение. Последняя цифра не больше 4: иначе вторая цифра, которая вдвое больше неё, была бы не меньше 10. Первая цифра меньше последней, поэтому она не больше 3.

Если первая цифра равна 3, то последняя обязательно равна 4, а вторая и третья — 8. Получаем 3884. Но сумма его цифр равна $3 + 8 + 8 + 4 = 23$, поэтому оно не подходит.

Попробуем первую цифру 2. Тогда последняя цифра равна 3 или 4. Получаются только два числа:

$$2663 \quad \text{и} \quad 2884.$$

У числа 2884 сумма цифр равна 22, а нужна сумма меньше 22. Число 2663 подходит: $2+6+6+3=17<22$.

Чисел с большей первой цифрой нет, а среди чисел с первой цифрой 2 подходит только 2663. Значит, оно наибольшее.

5. Расставьте по кругу числа 14, 27, 36, 57, 178, 467, 590, 2345 так, чтобы любые два соседних числа имели общую цифру.

Ответ. Например, в следующем порядке по кругу:

$$14,\ 178,\ 27,\ 57,\ 590,\ 2345,\ 36,\ 467.$$

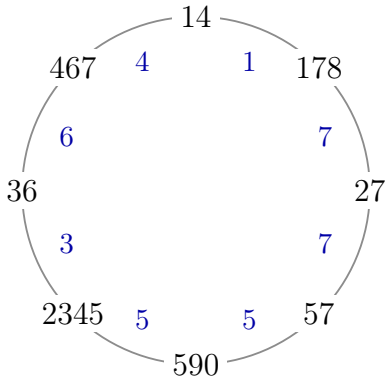
Решение. Число 36 имеет общую цифру только с числами 467 и 2345, поэтому именно они должны быть его соседями. Число 590 имеет общую цифру только с числами 57 и 2345. Получаем часть круга:

$$467,\ 36,\ 2345,\ 590,\ 57.$$

Осталось соединить 57 и 467 через три неиспользованных числа: 27, 178 и 14. Подходит цепочка

$$57,\ 27,\ 178,\ 14,\ 467.$$

Замыкаем круг. На рисунке маленькими цифрами указана общая цифра каждой пары соседей.



6. Серёжа разбил числа от 1 до 14 на пары и сложил числа в каждой паре. Посчитав суммы, он увидел, что в них встретились все числа от 12 до 18. К сожалению, он запомнил только лишь то, что 12 было суммой 5 и 7, а 15 было суммой 4 и 11. Остальные пары он забыл. Помогите Серёже восстановить их.

$$5+7=12,\quad \square+\square=13,\quad \square+\square=14,\quad 4+11=15,$$
$$\square+\square=16,\quad \square+\square=17,\quad \square+\square=18.$$

Ответ.

$$5+7=12,\quad 3+10=13,\quad 1+13=14,\quad 4+11=15,$$
$$2+14=16,\quad 8+9=17,\quad 6+12=18.$$

Решение. Всего получилось семь пар и семь сумм. Значит, каждое число от 12 до 18 встретилось ровно один раз.

Начнём с числа 9. Его можно соединить только с одним из чисел от 3 до 8, чтобы сумма была от 12 до 18. Числа 4, 5 и 7 уже использованы. Числа 3 и 6 дали бы уже имеющиеся суммы 12 и 15. Поэтому остаётся только 8:

$$8+9=17.$$

Теперь рассмотрим 14. Из ещё не полученных сумм ему подходят только 16 и 18. Для суммы 18 потребовалось бы число 4, которое уже использовано. Значит,

$$2+14=16.$$

Для числа 13 из оставшихся сумм подходят 14 и 18. Для суммы 18 потребовалось бы уже использованное число 5. Следовательно,

$$1+13=14.$$

Остались числа 3, 6, 10 и 12, из которых нужно получить суммы 13 и 18. Это можно сделать только так:

$$3+10=13,\qquad 6+12=18.$$

Все числа от 1 до 14 использованы по одному разу.

7. Десять томов энциклопедии «Почему 67 такое смешное число?» пронумерованы цифрами от 0 до 9 и стоят на верхней полке в следующем порядке: 2, 1, 3, 7, 4, 8, 6, 9, 0, 5. Серёжа перекладывает книги на нижнюю полку. За один ход он берёт несколько книг подряд с левого края верхней полки и ставит их на нижнюю полку слева от уже стоящих там книг, не меняя их порядка. Первую группу книг он ставит у правого края нижней полки. Когда все книги оказались на нижней полке, Серёжа прочитал их номера слева направо и получил десятизначное число. Какое наибольшее число могло получиться?

Ответ. 9058674321.

Решение. При сравнении десятизначных чисел сначала сравнивают первые цифры, затем вторые и так далее. Поэтому сначала постараемся получить наибольшую первую цифру — 9.

Для этого последним ходом нужно перенести вместе книги 9, 0 и 5. Если после переноса девятки на верхней полке останутся книги, они затем окажутся левее неё. Значит, первые три цифры наибольшего числа — 905.

Среди оставшихся номеров наибольший — 8. Чтобы он оказался следующим, предпоследним ходом нужно перенести вместе книги 8 и 6. Получаем начало 90586.

Среди оставшихся номеров наибольший — 7, поэтому следующие цифры в готовой расстановке — 74. Далее идёт отдельная книга 3. Оставшиеся книги 2 и 1 выгоднее перенести вместе: порядок 21 даёт большее число, чем порядок 12.

Итак, Серёжа последовательно переносит группы

$$(2,1), \quad (3), \quad (7,4), \quad (8,6), \quad (9,0,5).$$

На нижней полке группы стоят в обратном порядке. Жирными линиями на схеме выделены границы групп.

Было:	2	1	3	7	4	8	6	9	0	5

Стало:	9	0	5	8	6	7	4	3	2	1

На каждом шаге мы выбирали наибольшую возможную следующую цифру. Поэтому большее число получить нельзя.

8. Луиза называет двузначное число красивым, если оно является произведением двух цифр (однозначных чисел). Например, $56 = 7 \cdot 8$ — красивое число, а 26 — нет. Найдите девятизначное число, в котором каждая из цифр от 1 до 9 встречается ровно один раз, а любые две соседние цифры образуют красивое число.

Ответ. Например, 728163549.

Решение. Произведение двух цифр не больше $9 \cdot 9 = 81$. Поэтому после цифры 9 никакая цифра стоять не может: полученное двузначное число было бы не меньше 91. Значит, 9 стоит последней. Перед ней должна стоять 4, поскольку единственное красивое число, оканчивающееся на 9, — это $49 = 7 \cdot 7$.

Среди красивых чисел начинаются с 7 и с 8 только 72 и 81 соответственно. Поэтому в искомой записи должны быть соседние цифры 72 и 81. Попробуем соединить эти пары, оставшиеся цифры 3, 5, 6 и окончание 49. Подходит число 728163549.

Проверим все пары соседних цифр:

$$72 = 8 \cdot 9, \;\; 28 = 4 \cdot 7,$$
$$81 = 9 \cdot 9, \;\; 16 = 2 \cdot 8,$$
$$63 = 7 \cdot 9, \;\; 35 = 5 \cdot 7,$$
$$54 = 6 \cdot 9, \;\; 49 = 7 \cdot 7.$$

Каждая цифра от 1 до 9 использована ровно один раз, и каждая пара соседних цифр образует красивое число.