

Есть утверждение: «Сегодня Петя ходил в школу».

Отрицанием этого утверждения будет: «Сегодня Петя НЕ ходил в школу».

Заметим, что, если отрицание составлено верно, то **оба утверждения не могут быть одновременно верными и не могут быть одновременно ложными**: Петя же не мог одновременно сходить и не сходить сегодня в школу.

Отрицанием отрицания утверждения будет само утверждение, например: «Сегодня Петя не ходил в школу» – «Сегодня Петя ходил в школу».

Если утверждение содержит слово «МЕНЬШЕ», то для построения отрицания, надо заменить его на «БОЛЬШЕ ИЛИ РАВНО» или на «НЕ МЕНЬШЕ».

Если утверждение содержит слово «БОЛЬШЕ», то для построения отрицания, надо заменить его на «МЕНЬШЕ ИЛИ РАВНО» или «НЕ БОЛЬШЕ».

Рассмотрим утверждение: «У Тани в кармане БОЛЬШЕ 10 рублей».

Будет ли отрицанием следующее утверждение: «У Тани в кармане МЕНЬШЕ 10 рублей»?

Не будет, так как у Тани в кармане может быть ровно 10 рублей, тогда оба утверждения будут неверными.

Правильным отрицанием будет: «У Тани в кармане МЕНЬШЕ ИЛИ РАВНО 10 рублей»? или «У Тани в кармане НЕ больше 10 рублей»

Если утверждение состоит из нескольких частей, соединенных союзом «И», то для построения отрицания, надо построить отрицание каждой части утверждения, а между частями поставить союз «ИЛИ».

Если утверждение состоит из нескольких частей, соединенных союзом «ИЛИ», то для построения отрицания, надо построить отрицание каждой части утверждения, а между частями поставить союз «И».

Рассмотрим утверждение: «На завтрак Маша съела кашу и выпила какао». Необходимо заменить «И» на «ИЛИ», при этом перед глаголами тоже необходимо поставить частицу-отрицание «НЕ»:

«На завтрак Маша НЕ съела кашу ИЛИ НЕ выпила какао».

Если утверждение содержит слово «КАЖДЫЙ», то для построения отрицания, надо заменить это слово на выражение «ХОТЯ БЫ ОДИН» и к остальной части построить отрицание.

Если утверждение содержит выражение «ХОТЯ БЫ ОДИН», то для построения отрицания, надо заменить это выражение на слово «КАЖДЫЙ» и к остальной части построить отрицание.

Синонимами к выражению «хотя бы один» являются слова «найдется», «существует», «некоторый» и т.п. А к слову «каждый» синонимами являются слова «всякий», «любой» и т.п.

Рассмотрим утверждение: «У каждого ученика Малого Мехмата есть велосипед».

Отрицанием будет утверждение: «Хотя бы у одного ученика Малого Мехмата нет велосипеда».

Итак, коротко о главном:

Утверждение	Отрицание
меньше	не меньше / больше или равно
больше	не больше / меньше или равно
каждый / всякий / любой / все	хотя бы один / найдётся / существует / некоторый
и	или

и наоборот.

1. Являются ли противоположными высказывания: «Вчера светило солнце» и «Вчера шел дождь».

Решение: нет, возможно, вчера было пасмурно, но без осадков (или шёл снег). С другой стороны, в один и тот же день вполне мог идти дождь и светить солнце.

2. Лжец сказал: «В этой корзине некоторые грибы ядовитые». Сколько ядовитых грибов в корзине?

Решение. Если бы в корзине был хотя бы один ядовитый гриб, лжец был бы прав. Поэтому ядовитых грибов в корзине нет. Другими словами, все грибы в этой корзине съедобны.

3. Постройте высказывание, обратное данному. Истинно ли данное высказывание? А обратное ему?

1) Если последняя цифра натурального числа — 0, 2, 4, 6 или 8, то оно четное.

2) Если натуральное число делится на 6, то оно четное.

3) Если натуральное число делится на 3, то оно делится и на 5.

Решение:

1) *Обратное утверждение: если натуральное число четное, то его последняя цифра — 0, 2, 4, 6 или 8. Оба высказывания истинны.*

2) *Данное высказывание истинно. Обратное — если натуральное число четное, то оно делится без остатка на 6 — ложно.*

3) *Ложно и данное высказывание, и обратное ему: если число делится на 3, то оно делится и на 5.*

4. Постройте отрицания к следующим утверждениям:

а. Это яблоко зеленое. – *Это яблоко НЕ зеленое.*

б. В нашей группе не более 15 детей. – *В нашей группе более 15 детей.*

в. Это дерево низкое и пушистое. – *Это дерево НЕ низкое ИЛИ НЕ пушистое.*

г. Всякий может сложить $2+2$. – *НАЙДЁТСЯ тот, кто не сможет сложить $2+2$.*

д. Максим решил сегодня все задачи. – *Максим НЕ решил сегодня ХОТЯ БЫ ОДНУ задачу. (Есть хотя бы одна задача, которую Максим сегодня не решил).*

е. Аня или Оля купили нам конфеты. – *Аня и Оля НЕ купили нам конфеты. (Ни Аня, ни Оля НЕ купили нам конфеты).*

ж. Вася любит собак и хомячков. – *Вася НЕ любит собак ИЛИ хомячков.*

з. Каждый школьник любит конфеты или газировку. – *ЕСТЬ школьник, который НЕ любит конфеты И газировку. (ЕСТЬ школьник, который НЕ любит НИ конфеты, НИ газировку).*

и. Никто из ребят не читал ни Толстого, ни Пушкина. – *ЕСТЬ кто-то, кто прочитал Толстого ИЛИ Пушкина.*

к. Во всех месяцах года количество дней больше 29. – *ЕСТЬ ХОТЯ БЫ ОДИН месяц, в котором количество дней МЕНЬШЕ ИЛИ РАВНО (НЕ БОЛЬШЕ) 29.*

л. Вася не занимается футболом и любит математику. – *Вася занимается футболом ИЛИ НЕ любит математику.*

м. В городе есть школа, где не изучают русский язык. – *В городе ВО ВСЕХ школах изучают русский язык.*

5. Сколько двузначных чисел, для которых ровно одно из утверждений не является верным: «Это число меньше 80» и «Это число меньше 14»?

Ответ: 66 чисел.

Решение: возможны два случая:

Случай 1: первое утверждение истинно, второе ложно.

Случай 2: первое утверждение ложно, второе истинно.

Построим отрицания к утверждениям:

Это число меньше 80. – Это число больше или равно 80.

Это число меньше 14. – Это число больше или равно 14.

Для первого случая должно быть справедливо: «Это число меньше 80» и «Это число больше или равно 14». Этим двум условиям удовлетворяют 66 чисел: от 14 до 79.

Для второго случая должно быть справедливо: «Это число больше или равно 80» и «Это число меньше 14». Здесь нет решений, удовлетворяющих обоим условиям одновременно.

6. Сколько существует двузначных чисел, для которых ложно утверждение:

а. «Число содержит цифру 1 и цифру 2»;

б. «Число содержит цифру 1 или цифру 2»?

Решение.

а. Ответ: 88.

Утверждение «Число содержит цифру 1 и цифру 2» верно только для двух чисел – 12 и 21. Всего 90 двузначных чисел. Значит, для остальных $90 - 2 = 88$ чисел утверждение ложно.

б. Ответ: 56.

Если неверно «Число содержит цифру 1 или цифру 2», тогда верно «Число не содержит цифру 1 и цифру 2». Из цифр 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 можно составить $7 \times 8 = 56$ двузначных чисел.

7. Три подружки восхищались красотой огромной новогодней ёлки.

– Украшений на этой ёлке больше 1000! – сказала одна из девочек.

– Нет, украшений на ели меньше 1000, - возразил вторая.

– Ну одно-то украшение точно есть, - сказала третья.

Оказалось, что только одна из них была права. Сколько украшений могло быть на ёлке?

Ответ: 0 или 1000 украшений.

Решение: рассмотрим 3 возможных случая.

Случай 1. Первая девочка сказала правду, вторая и третья солгали.

Случай 2. Вторая сказала правду, первая и третья солгали.

Случай 3. Третья сказала правду, первая и вторая солгали.

Сначала построим отрицания.

Отрицание к первому: «Украшений на этой ёлке меньше или равно 1000».

Отрицание ко второму: «Украшений на ели больше или равно 1000».

Отрицание к третьему: «Нет ни одного украшения».

Случай 1. Одновременно верно, что на ёлке больше 1000 украшений и нет украшений.

Противоречие.

Случай 2. На ели 0 украшений.

Случай 3. Одновременно верно, что украшений на ёлке меньше или равно 1000 и больше или равно 1000 украшений. Значит, на ёлке 1000 украшений.

8. Даны два утверждения: «В этом числе нет единицы или тройки», «В этом числе нет восьмёрки и пятерки». Напишите наибольшее трёхзначное число, для которого оба утверждения ложны.

Ответ: 831.

Решение. Построим отрицания к написанным утверждениям:

«В этом числе есть единица и (есть) тройка».

«В этом числе есть восьмёрка или пятерка».

Значит, число состоит либо из цифр 1, 3, 8, либо из цифр 1, 3, 5. Наибольшее подходящее трехзначное число — 831.

9. Задания пронумерованы буквами А, В, С, D, E. Верным является только один ответ. Федя обнаружил, что:

— если А – верный ответ, то и В тоже верный;

— если С ложный, то и В ложный;

— если В ложный, то D и E тоже ложные.

Федя смог найти правильный ответ. Какой?

Ответ: С верно.

Решение: при верном А верен и В, чего не может быть по условию (Значит, А ложь).

Если С ложно, то и В ложно, а отсюда D и E тоже ложные, остаётся А, которое должно быть истинно, но оно ложно – противоречие. Значит, С истинно.

10. – Среди учеников Малого Мехмата у меня более 20 любимых учеников, – сказала Татьяна Борисовна.

– Нет, у тебя их менее 20, – возразила ей Наталя Петровна.

– Ну, один любимчик точно найдётся! – сказала Елена Александровна.

Известно, что истинно только одно утверждение. Сколько же любимчиков у Татьяны Борисовны?

Ответ: 0 или 20.

Решение: рассмотрим 3 возможных случая.

Случай 1. Правду сказала Татьяна Борисовна, остальные солгали.

Случай 2. Правду сказала Наталья Петровна, остальные солгали.

Случай 3. Правду сказала Елена Александровна, остальные солгали.

Сначала построим отрицания к высказываниям.

Отрицание к первому: «Среди учеников Малого Мехмата у меня не более (меньше или равно) 20 любимых учеников».

Отрицание ко второму: «Нет, у тебя их не менее (больше или равно) 20».

Отрицание к третьему: «Нет ни одного любимчика!».

Случай 1. Одновременно верно, что есть более 20 любимчиков и нет любимчиков вовсе.

Противоречие.

Случай 2. Любимчиков нет.

Случай 3. Одновременно верно, что любимчиков меньше или равно 20 и больше или равно 20. Значит, любимчиков 20.