Эти суммы будут суммироваться в пределах предельных сумм…

Дмитрий Медведев

3.1. Имеется 100 камней. Два игрока берут по очереди от 1 до 5 камней. Проигрывает тот, кто берет последний камень. Определите выигрышную стратегию первого игрока.

3.2. Найдите все простые числа p, q, r, для которых выполнено равенство $p^q + q^p = r$.

3.3. Для простых чисел p докажите *правило двоечника*:

$$(a+b)^p \equiv a^p + b^p \pmod{p}.$$

3.4. Выведите из предыдущего малую теорема Ферма:

$$a^p \equiv a \pmod{p}.$$

3.5. Дано n чисел $x_1, x_2, \ldots, x_n$, при этом $x_k = \pm 1$. Докажите, что если $x_1x_2 + x_2x_3 + \cdots + x_nx_1 = 0$, то n делится на 4.

3.6. Докажите, что многочлен с целыми коэффициентами, принимающий в точках 0 и 1 нечётные значения, не имеет целых корней

3.7. Существует ли степень двойки, из которой перестановкой цифр можно получить другую степень двойки?

3.8. Докажите, что если сумма цифр у чисел N и $2N$ совпадает, то N делится на 9.

3.9. Пусть p — простое число и a не делится на p. Докажите, что для некоторого целого b будет выполнено $ab \equiv 1 \pmod{p}$.

Эти суммы будут суммироваться в пределах предельных сумм…

Дмитрий Медведев

3.1. Имеется 100 камней. Два игрока берут по очереди от 1 до 5 камней. Проигрывает тот, кто берет последний камень. Определите выигрышную стратегию первого игрока.

3.2. Найдите все простые числа p, q, r, для которых выполнено равенство $p^q + q^p = r$.

3.3. Для простых чисел p докажите *правило двоечника*:

$$(a+b)^p \equiv a^p + b^p \pmod{p}.$$

3.4. Выведите из предыдущего малую теорема Ферма:

$$a^p \equiv a \pmod{p}.$$

3.5. Дано n чисел $x_1, x_2, \ldots, x_n$, при этом $x_k = \pm 1$. Докажите, что если $x_1x_2 + x_2x_3 + \cdots + x_nx_1 = 0$, то n делится на 4.

3.6. Докажите, что многочлен с целыми коэффициентами, принимающий в точках 0 и 1 нечётные значения, не имеет целых корней

3.7. Существует ли степень двойки, из которой перестановкой цифр можно получить другую степень двойки?

3.8. Докажите, что если сумма цифр у чисел N и $2N$ совпадает, то N делится на 9.

3.9. Пусть p — простое число и a не делится на p. Докажите, что для некоторого целого b будет выполнено $ab \equiv 1 \pmod{p}$.