

Всё на свете должно
происходить
медленно и
правильно...

Москва–Петушки

3.1. Поделите с остатком: **а)** 30 на 7; **б)** -30 на 7;
в) 30 на -7; **г)** -30 на -7.

3.2. Что означают записи: **а)** $a \equiv b \pmod{0}$; **б)** $a \equiv b \pmod{1}$?

3.3. Перечислите все возможные остатки от деления квадрата целого числа на 2, 3, ..., 8.

3.4. Докажите, что число $8^{101} + 8^{102} + \dots + 8^{107}$ делится на 7.

3.5. Найдите остатки от деления числа 2^{2025} на 3, 5 и 11.

3.6. Докажите, что $2222^{5555} + 5555^{2222}$ делится на 7.

3.7. Дан прямоугольный треугольник с целыми сторонами. Докажите, что длина хотя бы одной его стороны делится на 3.

3.8. Пусть a и b — целые числа. Докажите, что

а) если $a^2 + b^2 \div 3$, то $a^2 + b^2 \div 9$; **б)** если $a^2 + b^2 \div 21$, то $a^2 + b^2 \div 441$.

3.9. Докажите признак делимости на 3.

3.10. Докажите ошибочность следующих записей:

а) $4237 \cdot 27925 = 118275855$; **б)** $42971064 : 8264 = 5201$;

в) $1965^2 = 3741225$; **г)** $\sqrt[5]{371293} = 23$.

Указание: используйте признаки делимости на 3 и на 9.

3.11. Может ли число, записываемое при помощи 100 нулей, 100 единиц и 100 двоек, быть точным квадратом.

3.12. Известно, что числа p и $8p^2 + 1$ — простые. Найдите p .

3.13. Если в выражение $n^2 + n + 41$ подставлять $n = 1, 2, 3, 4, 5$, получатся простые числа 43, 47, 53, 61, 71. Верно ли, что при подстановке в это выражение любого натурального числа n получится простое число?

Всё на свете должно
происходить
медленно и
правильно...

Москва–Петушки

3.1. Поделите с остатком: **а)** 30 на 7; **б)** -30 на 7;
в) 30 на -7; **г)** -30 на -7.

3.2. Что означают записи: **а)** $a \equiv b \pmod{0}$; **б)** $a \equiv b \pmod{1}$?

3.3. Перечислите все возможные остатки от деления квадрата целого числа на 2, 3, ..., 8.

3.4. Докажите, что число $8^{101} + 8^{102} + \dots + 8^{107}$ делится на 7.

3.5. Найдите остатки от деления числа 2^{2025} на 3, 5 и 11.

3.6. Докажите, что $2222^{5555} + 5555^{2222}$ делится на 7.

3.7. Дан прямоугольный треугольник с целыми сторонами. Докажите, что длина хотя бы одной его стороны делится на 3.

3.8. Пусть a и b — целые числа. Докажите, что

а) если $a^2 + b^2 \div 3$, то $a^2 + b^2 \div 9$; **б)** если $a^2 + b^2 \div 21$, то $a^2 + b^2 \div 441$.

3.9. Докажите признак делимости на 3.

3.10. Докажите ошибочность следующих записей:

а) $4237 \cdot 27925 = 118275855$; **б)** $42971064 : 8264 = 5201$;

в) $1965^2 = 3741225$; **г)** $\sqrt[5]{371293} = 23$.

Указание: используйте признаки делимости на 3 и на 9.

3.11. Может ли число, записываемое при помощи 100 нулей, 100 единиц и 100 двоек, быть точным квадратом.

3.12. Известно, что числа p и $8p^2 + 1$ — простые. Найдите p .

3.13. Если в выражение $n^2 + n + 41$ подставлять $n = 1, 2, 3, 4, 5$, получатся простые числа 43, 47, 53, 61, 71. Верно ли, что при подстановке в это выражение любого натурального числа n получится простое число?