Лучший способ
объяснить — это
самому сделать!

Алиса в Стране чудес

Определение. Два простых числа, отличающиеся на 2 называются простыми *числами-близнецами*.

2.1. Докажите, что 3, 5 и 7 являются единственной тройкой простых чисел-близнецов.

2.2. Пусть $p > 3$ — простое число. Докажите, что $p^2 - 1$ делится на 24.

2.3. Может ли $n!$ оканчиваться ровно на 5 нулей?

2.4. Докажите, что существуют 1000 подряд идущих составных чисел.

2.5. В прямоугольнике с целыми сторонами m и n, нарисованном на клетчатой бумаге, проведена диагональ. Через какое число узлов она проходит? На сколько частей эта диагональ делится линиями сетки?

2.6. Какое наибольшее значение может принимать наибольший общий делитель чисел a и b, если известно, что $a \cdot b = 600$?

2.7. Натуральные числа $a_1, a_2 \ldots, a_{49}$ удовлетворяют равенству

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{49} = 540.$$

Какое наибольшее значение может принимать их наибольший общий делитель?

2.8. Докажите, что следующие дроби несократимы при всех натуральных значениях n: **а)** $\dfrac{2n+13}{n+7}$; **б)** $\dfrac{2n^2-1}{n+1}$; **в)** $\dfrac{n^2-n+1}{n+1}$.

2.9. При каких целых n сократимы дроби
а) $\dfrac{n^2+2n+4}{n^2+n+3}$; **б)** $\dfrac{n^3-n^2-3n}{n^2-n+3}$.

Лучший способ
объяснить — это
самому сделать!

Алиса в Стране чудес

Определение. Два простых числа, отличающиеся на 2 называются простыми *числами-близнецами*.

2.1. Докажите, что 3, 5 и 7 являются единственной тройкой простых чисел-близнецов.

2.2. Пусть $p > 3$ — простое число. Докажите, что $p^2 - 1$ делится на 24.

2.3. Может ли $n!$ оканчиваться ровно на 5 нулей?

2.4. Докажите, что существуют 1000 подряд идущих составных чисел.

2.5. В прямоугольнике с целыми сторонами m и n, нарисованном на клетчатой бумаге, проведена диагональ. Через какое число узлов она проходит? На сколько частей эта диагональ делится линиями сетки?

2.6. Какое наибольшее значение может принимать наибольший общий делитель чисел a и b, если известно, что $a \cdot b = 600$?

2.7. Натуральные числа $a_1, a_2 \ldots, a_{49}$ удовлетворяют равенству

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{49} = 540.$$

Какое наибольшее значение может принимать их наибольший общий делитель?

2.8. Докажите, что следующие дроби несократимы при всех натуральных значениях n: **а)** $\dfrac{2n+13}{n+7}$; **б)** $\dfrac{2n^2-1}{n+1}$; **в)** $\dfrac{n^2-n+1}{n+1}$.

2.9. При каких целых n сократимы дроби
а) $\dfrac{n^2+2n+4}{n^2+n+3}$; **б)** $\dfrac{n^3-n^2-3n}{n^2-n+3}$.