

Знание – сила!

Малый мехмат МГУ

28 ноября 2020 г.

## Верная служба (статья)

Илье Муромцу, Добрыне Никитичу и Алёше Поповичу за верную службу дали 6 монет: 3 золотых и 3 серебряных. Каждому досталось по 2 монеты. Илья знает всё это и видит свои монеты, но не знает, какие монеты у Добрыни, а какие у Алёши. Надо задать Илье один вопрос, предполагающий ответ «да» или «нет», и по ответу выяснить, какие монеты ему достались.

## Золушка, мачеха и зерно

Мачеха, уезжая на бал, дала Золушке мешок, в котором были перемешаны мак и просо, и велела перебрать их. Когда Золушка уезжала на бал, она оставила три мешка: в одном было просо, в другом — мак, а в третьем — ещё не разобранный смесь. Чтобы не перепутать мешки, Золушка к каждому из них прикрепляла по табличке: «Мак», «Просо» и «Смесь». Мачеха вернулась с бала первой и нарочно поменяла местами все таблички так, чтобы на каждой мешке оказалась неправильная надпись. Ученик Феи успел предупредить Золушку, что теперь ни одна надпись на мешках не соответствует действительности. Тогда Золушка достала только одно-единственное зёрнышко из одного мешка и, посмотрев на него, сразу догадалась, где что лежит. Как она это сделала?

## Золушка, мачеха и зерно (решение)

Она взяла зёрнышко из мешка, где написано „Смесь“. Там точно не смесь, поэтому Золушка сразу поняла, что там. Допустим там просо. Тогда в мешке „Мак“ точно не мак и не просо, поэтому там — смесь, а в мешке „Просо“ — мак. Случай, когда щолушка достала зёрнышко мака, аналогичен.

## Карты

Трёх мудрецам показали 9 карт: шестерку, семерку, восьмерку, девятку, десятку, валета, даму, короля и туза (карты перечислены по возрастанию их достоинства). После этого карты перемешали и каждому раздали по три карты. Каждый мудрец видит только свои карты. Первый сказал: „Моя старшая карта — валет“. Тогда второй ответил: „Я знаю, какие карты у каждого из вас“. У кого из мудрецов был туз?

## Карты (решение)

Если у 2-го карты не старше 10, то он знает, какие карты у него и у 1-го (карт с 6 по В всего 6). Тогда 2-й также знает, какие карты у 3-го - это Д, К и Т. Пусть у 2-го есть карта старше В. Тогда у него не более двух карт младше В, и он не может точно знать, какие две другие карты у 1-го.

**Ответ: у 3-го.**

## 1 король, 3 мудреца, 5 колпаков

Король позвал к себе трёх мудрецов и посадил их так, чтобы они видели друг друга, но не себя. После этого он показал им 3 красных и 2 белых колпака и сказал, что наденет на каждого один из этих колпаков. Сделав это (и спрятав оставшиеся два колпака), король спросил по очереди у каждого, знает ли он цвет колпака, который на него надет. Первый и второй ответили «Нет», а третий сказал, что знает. Какого цвета колпак король надел на третьего мудреца?

## 1 король, 3 мудреца, 5 колпаков (решение)

1-й мудрец не мог видеть оба белых колпака, иначе бы он знал, что на нём красный. Также и 2-й мудрец не видел оба белых колпака. Рассмотрим возможные случаи:

ББК (на 1-м и 2-м – белый, на 3-м – красный):

БКК

КБК

ККБ

ККК

Последние два варианта невозможны: в них 3-й видит два красных колпака и не понимает, что на нём.

Значит, правильный вариант — один из первых трёх, и на 3-й – красный колпак.

## Чумазые дети (статья)

Несколько детей вернулись с прогулки, и папа сказал, что у некоторых (хотя бы у одного) из них лица перепачканы грязью. Каждый ребенок видит лица других детей, но не свое собственное. Папа спрашивает, знает ли кто-нибудь из детей, что он сам чумазый. Дети отвечают «нет». Потом папа задает тот же вопрос еще раз, потом еще раз... Поймет ли кто-то из детей, что он сам чумазый?

## Кто лжец? (статья)

При дворе короля Правдоруба все издревле говорили только правду и доверяли друг другу. Но однажды король пригласил к себе трех мудрецов и объявил им: «Среди вас хотя бы один – лжец!» Мудрецы задумались: кто же среди них предатель? Король спросил первого мудреца: «Знаешь ли ты, кто из вас лжецы, а кто говорит правду?». Первый мудрец ответил: «Не знаю». Король задал тот же вопрос второму мудрецу. Тот ответил: «Знаю». Наконец, третьего мудреца король спросил: «Сможешь ли ты назвать хотя бы одного лжеца?» Он ответил: «Да.» А кто на самом деле лжец?

## Гениальные математики

Каждому из двух гениальных математиков сообщили по натуральному числу, причем им известно, что эти числа отличаются на единицу. Они поочередно спрашивают друг друга: «Известно ли тебе мое число?» Докажите, что рано или поздно кто-то из них ответит «да». Сколько вопросов они зададут друг другу? (Математики предполагаются правдивыми, бессмертными и, разумеется, гениальными.)

## Гениальные математики (ответ)

Если первому математику сообщили число  $n$ , а второму  $n + 1$ , то первый раз «да» ответит первый математик на  $n$ -й вопрос второго математика. Если, наоборот, первому математику сообщили число  $n + 1$ , а второму  $n$ , то первый раз «да» ответит второй математик на  $n$ -й вопрос первого математика.

## Загаданные числа

Саша и Маша загадали по натуральному числу и сказали их Васе. Вася написал на одном листе бумаги сумму загаданных чисел, а на другом их произведение. После этого он один из листов спрятал, а другой — на нём оказалось написано число 2002 — показал Саше и Маше. Увидев это число, Саша сказал, что не знает, какое число загадала Маша. Услышав это, Маша сказала, что не знает, какое число загадал Саша. Какое число загадала Маша?

## Загаданное число (решение)

Оба загадали делители числа 2002 (иначе кто-то понял бы, что 2002 – сумма загаданных чисел, и определил бы второе число). Однако, даже зная, что Саша загадал делитель, Маша не может исключить, что 2002 – сумма. Но сумма делителей равна 2002 только в случае  $1001 + 1001$  (другие делители равны 2002 либо меньше 1001). Значит, Маша загадала 1001 (а Саша – 2 или 1001, и тогда оба действительно не могли узнать числа друг друга).

**Ответ:** 1001.