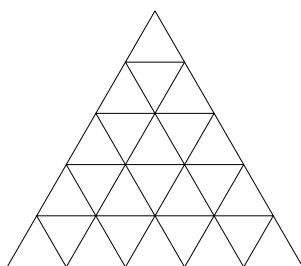


*Раскраски и замощения*

1. У доски  $6 \times 6$  вырезали две угловые клетки на диагонали. Можно ли покрыть оставшуюся часть доминошками из двух клеток?
2. **Путешествие коня.** а) Шахматный конь стартовал с некоторой клетки шахматной доски, а через несколько ходов вернулся в неё. Докажите, что он сделал чётное число ходов.  
б) Шахматный конь хочет отправиться в путешествие по шахматной доске. Может ли он пройти с поля  $a1$  на поле  $h8$  (т.е. из одного угла в другой угол, расположенный по диагонали), побывав на каждом поле ровно по одному разу?
3. **Переполох.** В каждой клетке квадрата  $5 \times 5$  сидит жук. Вдруг все жуки переползли на соседние клетки (по стороне). Возможно ли, что и теперь в каждой клетке сидит по жуку?
4. Жук ползает по треугольнику, разбитому на 25 треугольничков, переходя между соседними треугольничками. Какое наибольшее число треугольничков он может посетить, если ни в какой из них не заходит дважды?



5. На столе рубашкой вниз лежит игральная карта. Можно ли, перекатывая её по столу через ребро, добиться того, чтобы она оказалась на прежнем месте, но а) рубашкой вверх; б) рубашкой вниз и вверх тормашками?
6. Кусок сыра имеет форму кубика  $3 \times 3 \times 3$ , из которого вырезан центральный кубик. Мышь начинает грызть этот кусок сыра. Сначала она съедает некоторый кубик  $1 \times 1 \times 1$ . После того, как мышь съедает очередной кубик  $1 \times 1 \times 1$ , она приступает к съедению одного из соседних (по грани) кубиков с только что съеденным. Сможет ли мышь съесть весь кусок сыра?
7. Каждую грань кубика разбили на четыре равных квадрата и раскрасили эти квадраты в три цвета так, чтобы квадраты, имеющие общую сторону, были покрашены в разные цвета. Докажите, что в каждый цвет покрашено по 8 квадратиков.