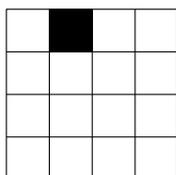


Инвариант, дополнительные задачи

7. Нарисованы четыре равных прямоугольных треугольника. За ход можно любой из нарисованных треугольников разрезать по высоте, опущенной на гипотенузу, на два треугольника. Докажите, что на любом этапе среди треугольников будут хотя бы два равных.

8. Одна клетка таблицы 4×4 покрашена в чёрный цвет, остальные — в белый (см. рисунок). Разрешается одновременно перекрашивать в другой цвет все клетки либо в одной строке, либо в одном столбце, либо вдоль прямой, параллельной диагонали (на такой прямой может быть 1, 2, 3 или 4 клетки; если одна, то — это угловая клетка). Можно ли такими действиями перекрасить все клетки доски в один цвет?



9. В нижнем левом углу бесконечной клетчатой доски, неограниченной сверху и справа, стоит фишка (см. рисунок). Если для некоторой фишки соседняя сверху и соседняя справа от неё клетки свободны, то можно за один ход поставить в эти клетки по фишке, а старую фишку убрать. Можно ли за несколько таких ходов освободить **а)** оранжевую; **б)** зелёную область от фишек?

