

Натуральное число, имеющее ровно два делителя (себя и единицу), называется *простым*, а имеющее больше двух делителей, — *составным*. Единица не считается простым числом. Например, числа 2, 3, 5 простые, а числа 4, 6, 15 — составные.

Теорема Евклида. *Простых чисел бесконечно много.*

Доказательство. Предположим противное. Пусть p_1, \dots, p_n — все простые числа. Возьмём любой простой делитель числа $p_1 \dots p_n + 1$ (наименьший делитель, больший единицы). Он отличен от p_1, \dots, p_n . Противоречие.

Основная теорема арифметики. *Каждое натуральное число однозначно раскладывается на простые множители.*

- а)** Числа p и $p + 1$ простые. Найдите p . **б)** Числа p , $p + 2$ и $p + 4$ простые. Найдите p .
- Незнайка хочет узнать, является ли число 127 простым. Для этого он последовательно делит его на простые числа 2, 3, 5 и т. д. На каком простом числе можно остановиться? Является ли число 127 простым?
- У числа 6 четыре делителя: 1, 2, 3, 6. Сколько делителей у числа 1001? А у числа 7007?
- На сколько нулей заканчивается число $10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 10$?
- Докажите, что для любого простого $p \geq 5$ число $p^2 - 1$ кратно 24.
- а)** Является ли простым число $4^{2020} - 1$? **б)** А $2^{2020} - 1$?
- Вычеркните из произведения $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 100!$ один из факториалов так, чтобы оставшееся произведение было полным квадратом.