

В приведённых ниже задачах описаны правила различных игр. Требуется указать выигрышную стратегию для одного из игроков. *Стратегия* — это набор правил, определяющий ходы игрока в зависимости от предыдущих ходов и текущей позиции. Для игрока, который ходит первым, стратегия также должна включать в себя выбор первого хода.

0. [На разбор] В строчку выписано 100 единиц. Двое игроков по очереди ставят между двумя соседними единицами знак плюс или минус. Когда между всеми соседними числами поставлены знаки, вычисляется соответствующая сумма. Если эта сумма нечётна, выигрывает первый игрок, иначе — второй.

1. На доске написано 10 единиц и 10 двоек. Двое игроков по очереди делают ходы. За ход нужно стереть две любые цифры и, если они были одинаковыми, дописать двойку, а если разными — единицу. Последняя оставшаяся цифра обозначает номер победителя.

2. Двое игроков по очереди разрезают клетчатый прямоугольник 6×8 . За один ход можно сделать прямолинейный разрез любого кусочка по линиям сетки. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход.

3. Двое игроков по очереди кладут одинаковые монеты на круглый стол. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход.

4. Даны две кучки: в одной 20 спичек, во второй 30 спичек. Двое игроков по очереди делают ходы. За один ход можно убрать любое количество спичек из одной кучки. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход.

5. В каждой клетке квадратной доски стоит фишка. Двое игроков по очереди делают ходы. За один ход можно убрать любое количество подряд идущих фишек либо из одной горизонтали, либо из одной вертикали. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход.

а) Доска 8×8 .

б) Доска 7×7 .

6. Дана кучка спичек. Двое игроков по очереди делают ходы. За один ход можно убрать из кучки одну, две или три спички. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход.

а) В кучке 24 спички.

б) В кучке 27 спичек.

Дополнительные задачи

7. Двое игроков по очереди рисуют по одной окружности на плоскости. Через 28 ходов подсчитывается число областей, на которые эти окружности делят плоскость (28 ходов — число ходов, суммарно сделанные первым и вторым игроками, т.е. каждый сделал по 14 ходов). Если это число нечётно, то выигрывает первый игрок, а если чётно — то второй.

а) У кого из игроков есть выигрышная стратегия?

б) Как изменится ответ, если изменить число ходов?

в) Как изменится ответ, если изменить условие победы (если число чётно, то выигрывает первый игрок, а если нечётно — то второй)?

8. Дана кучка спичек. Трое игроков по очереди делают ходы. За один ход можно убрать из кучки две, три или четыре спички, при этом нельзя повторять ход предыдущего игрока. Выигрывает тот, кто делает последний ход.

а) В кучке 45 спичек.

б) В кучке 50 спичек.

в) В кучке 53 спички.