21.1. В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD диагонали пересекаются в точке O. Докажите, что: **а)** $S(\Delta ABC) = S(\Delta BCD)$; **б)** $S(\Delta AOB) = S(\Delta COD)$.

21.2. В трапеции с основаниями BC и AD точки K и F — середины сторон AD и CD соответственно. Отрезки BK и AF пересекаются в точке E. Докажите, что $S(\Delta ABE) = S(KEFD)$.

21.3. Внутри параллелограмма $ABCD$ отмечена точка O. Докажите, что $S(\Delta AOB) + S(\Delta COD) = \frac{1}{2}S(ABCD) = S(\Delta BOC) + S(\Delta AOD)$.

21.4. Внутри параллелограмма $ABCD$ взяли точку M. Прямая BM пересекает AD в точке E. Докажите, что $S(\Delta AMD) = S(\Delta CME)$.

21.5. На сторонах прямоугольного треугольника построены квадраты («пифагоровы штаны»). Их вершины соединены так, как показано на рисунке 1. Докажите, что площади трёх серых треугольников равны.

21.6. В выпуклом четырёхугольнике отметили середины сторон и соединили их с вершинами (см. рисунок 2). Докажите, что площадь чёрного четырёхугольника равна сумме площадей серых треугольников.

21.7. Точки X и Y — середины диагоналей AC и BD выпуклого четырёхугольника $ABCD$. Докажите, что $S(ABXY) = \frac{1}{4}S(ABCD)$.

21.8. Внутри равностороннего треугольника взяли точку. Её соединили со всеми его вершинами, а также опустили перпендикуляры на все стороны. Получившиеся при этом 6 треугольников покрасили в чёрный и белый цвета так, как это показано на рисунке 3. Докажите, что сумма площадей чёрных треугольников равна сумме площадей белых.

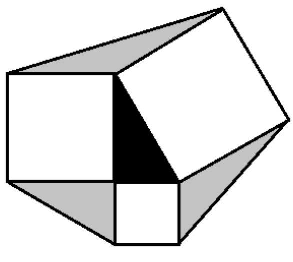

Рисунок 1

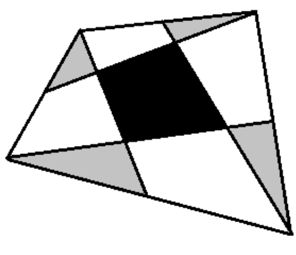

Рисунок 2

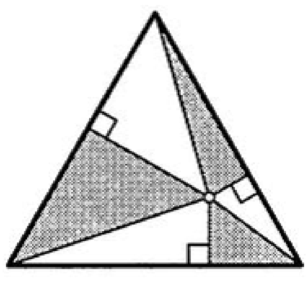

Рисунок 3