Теорема. При натуральном $q \geq 2$ любое натуральное число единственным образом представляется в виде

$$n = a_k q^k + a_{k-1} q^{k-1} + ... + a_1 q + a_0,$$

причем $0 \leq a_1, a_2, ..., a_k < q$.

1. Переведите в десятичную систему счисления:
   а) 11001_2; б) 2201_3; в) 654_7; г) ABC_{13}.

2. Запишите
   а) число 13 во всевозможных системах счисления;
   б) число 100 в системах исчисления с основанием от 2 до 9.

3. Составьте таблицы сложения и умножения для 2, 3, 4, 5–ичной системы счисления.

4. Вычислите: а) $11001_2 + 100011_2$; б) $4013_5 + 2233_5$; в) $101_2 \cdot 11_2$; г) $201_3 \cdot 112_3$.

5. Какое наименьшее число гирь необходимо для того, чтобы иметь возможность взвесить любое целое число граммов от 1 до 100, если все гири можно класть только на одну чашу весов? Какие это могут быть гири?

6. Задача №5, но гири можно класть на любую чашу весов. Какие это могут быть гири? Взвесьте с их помощью 37, 53, 100 граммов.

7. а) Катя задумала 3 цифры x, y, z. Леша может узнать, чему равна сумма $ax + by + cz$ для любых натуральных чисел a, b, c. Как ему это сделать за один вопрос?
   б) А если Катя задумала 3 двузначных числа?

8. Катя задумала 11 натуральных чисел — $x_1, x_2, ..., x_{11}$. Леша может узнать, чему равна сумма
   $$a_1 x_1 + ... + a_{11} x_{11}.$$
   Как ему это сделать за два вопроса?

9. Как, используя монеты всего 12 номиналов, уплатить любую сумму от 1 до 6543 не более чем 8 монетами? Монеты одного номинала можно использовать несколько раз.