

1. Имеется клетчатая доска  $100 \times 100$ , каждая клетка которой окрашена в один из 99 цветов. Если в какой-то строке или каком-то столбце имеется две одноцветные клетки, то разрешается перекрасить всю эту строку (столбец) в этот цвет. Всегда ли с помощью таких операций можно сделать доску одноцветной?
2. Можно ли покрыть доминошками шахматную доску, у которой вырезаны две противоположные угловые клетки? (Доминошки не могут перекрываться и вылезать за край доски).
3. Плоскость окрашена в два цвета. Докажите, что найдутся две точки на расстоянии ровно 1 м, окрашенные в а) один цвет; б) разные цвета.
4. Плоскость окрашена в три цвета. Докажите, что найдутся две точки на расстоянии ровно 1 м, окрашенные в один цвет.
5. Укажите такую раскраску плоскости в несколько (сколько хотите) цветов, что никакие две точки на расстоянии ровно 1 м не являются одноцветными.
6. Прямая окрашена в два цвета. Обязательно ли найдутся две точки на расстоянии ровно 1 м, окрашенные в один цвет?
7. Полоса шириной 0,001 мм окрашена в два цвета. Обязательно ли найдутся две точки на расстоянии ровно 1 м, окрашенные в один цвет?
8. Прямая окрашена в два цвета. Докажите, что найдётся отрезок, у которого и концы, и середина окрашены в один цвет.
9. Плоскость окрашена в 2018 цветов. Докажите, что существует прямоугольник, все вершины которого одного цвета.
10. Круг разделен на шесть секторов. В каждом из них — лягушка. Каждую минуту какие-то две лягушки перескакивают из своих секторов в соседние. Смогут ли когда-нибудь эти лягушки собраться в одном секторе?