

Последнее занятие Малого мехмата в 2022 году состоится в субботу 17 декабря. О возобновлении занятий в 2023 году будет объявлено на сайте Малого мехмата mmmf.msu.ru и на серверах аудиторий.

Если по n клеткам посадить более n кроликов, то найдется клетка, в которой сидит больше одного кролика.

9.1. При каком наименьшем количестве учеников в школе среди них точно найдутся двое, у которых день и месяц рождения совпадают?

9.2. В квадрате 4×4 отмечено 15 точек. Докажите, что из него можно вырезать квадратик 1×1 , не содержащий внутри отмеченных точек.

9.3. На собеседование пришли 65 школьников. Им предложили три контрольные работы, за каждую из которых можно получить оценку 2, 3, 4 или 5. Верно ли, что найдутся два школьника, получившие одинаковые оценки за все контрольные?

9.4. Докажите, что среди любых $n + 1$ натуральных чисел найдутся два числа, разность которых делится на n .

9.5. В поход пошли школьники из трёх классов. Руководитель не знает, кто из какого класса. Какое наименьшее количество дежурных он должен назначить, чтобы среди них обязательно оказалось не менее трёх человек из какого-то одного класса?

9.6. В тексте из 25 страниц 102 опечатки. Докажите, что на одной из страниц не менее пяти опечаток.

9.7. 34 пассажира едут в автобусе, который делает 9 остановок, и на этих остановках новые пассажиры не заходят. Докажите, что на каких-то двух остановках выйдет поровну пассажиров (возможно, ни одного).

9.8. Дан правильный 45-угольник. Можно ли в его вершинах расставить цифры от 0 до 9 так, чтобы для любой пары цифр нашлась сторона, концы которой занумерованы этими цифрами? Каждую цифру можно использовать несколько раз, но в каждую вершину ставится только одна цифра.

9.9. Докажите, что среди любых n целых чисел всегда найдутся несколько (или, быть может, одно), сумма которых делится на n .

9.10. Никита разрезал прямоугольный лист бумаги по прямой. Затем он разрезал по прямой один из получившихся кусков. Затем он проделал то же самое с одним из трех получившихся кусков, и т.д. Докажите, что через несколько разрезов среди полученных многоугольников найдется 100 многоугольников с одинаковым числом вершин.