

## МММФ-8. ЗАНЯТИЕ 6. ТРЕУГОЛЬНИК ПАСКАЛЯ (19.11.2022)

Построим (бесконечный) равнобедренный треугольник из натуральных чисел по следующим правилам:

- в вершине и вдоль боковых сторон стоят единицы;
- в каждой следующей строке на одно число больше, чем в предыдущей;
- каждое число, кроме уже написанных единиц, равно сумме двух чисел, стоящих в предыдущей строке чуть левее и чуть правее.

Получим такой треугольник:

	1						М													
		1	1					Е	Е											
			1	2	1				Х	Х	Х									
				1	3	3	1			М	М	М	М							
					1	4	6	4	1			А	А	А	А	А				
						1	5	10	10	5	1			Т	Т	Т	Т	Т	Т	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

*(рисунок к задаче 6.4)*

**6.0.** Выпишите треугольник Паскаля до десятой строки включительно (первой считаем строку, состоящую из двух единиц). *Сдавать решение этой задачи не нужно, но для решения следующих задач важно выполнить его без ошибок.*

**6.1.** Чему равна сумма чисел, стоящих: **а)** в третьей строке; **б)** в четвёртой строке; **в)** в седьмой строке; **г)** в  $n$ -й строке треугольника Паскаля?

**6.2.** **а)** Встречается ли в треугольнике Паскаля число 2022? **б)** Сколько раз в треугольнике Паскаля встречается число 10?

**6.3.** Поставим знаки «+» и «-» между числами **а)** в 99-й строке; **б)** в 100-й строке треугольника Паскаля: между первым и вторым числом поставим знак «-», между вторым и третьим — «+», между третьим и четвёртым — «-», потом опять «+», и так далее. Докажите, что значение полученного выражения равно нулю.

**6.4.** Сколькими способами, двигаясь по таблице (см. рисунок выше) от буквы к букве, можно прочитать слово МЕХМАТ? От каждой буквы можно переходить только к букве, стоящей в следующей строке чуть правее или чуть левее.

**6.5.** Будем двигаться по треугольнику Паскаля по тем же правилам, что в задаче 6.4. Докажите, что количество способов дойти по таким правилам от самой верхней единицы до любого числа  $n$  в треугольнике Паскаля в точности равно  $n$ .

**6.6.** **а)** Какие строки треугольника Паскаля состоят целиком из чётных чисел (не считая единиц в начале и конце строки)? **б)** А какие — целиком из нечётных чисел?

**6.7.** **а)** *Хромой король* — это фигура, которая ходит по шахматной доске и за один ход может сдвинуться либо на одну клетку вправо, либо на одну клетку вверх. Пусть хромой король стоит в клетке А1 шахматной доски. Сколькими способами он может добраться до клетки Н8? **б)** Решите ту же задачу, если хромой король к тому же не может заходить в клетки С6 и Г4. **в)** *Хромая ладья* — это фигура, которая ходит по шахматной доске и за один ход может сдвинуться либо на любое число клеток вправо, либо на любое число клеток вверх. Сколькими способами она может попасть из клетки А1 в клетку D4?