

## МММФ-8. ЗАНЯТИЕ 5. АНАЛИЗ ПОЗИЦИЙ (12.11.2022)

---

Позиция называется *выигрышной* (для начинающего), если игрок, делающий ход из этой позиции, может затем обеспечить себе выигрыш, иначе — *проигрышной*. Выигрышные и проигрышные позиции расставляются по следующим правилам:

- позиция, из которой нельзя сделать ход — проигрышная;
- если из позиции  $X$  можно попасть в проигрышную, то  $X$  — выигрышная;
- если все ходы из позиции  $X$  ведут в выигрышные, то  $X$  — проигрышная.

Во всех задачах нужно предъявить выигрышную стратегию для одного из игроков.

**5.1.** Два игрока ходят по очереди на циферблате с одной стрелкой: каждый своим ходом переводит стрелку на два или три часа вперед. Вначале стрелка показывает полдень. Выигрывает тот, кто поставит стрелку на 11 часов (до этого момента стрелка может сделать несколько оборотов).

**5.2.** В левом нижнем углу доски  $7 \times 7$  стоит *хромой король*: за ход он может шагнуть на одну клетку вправо или вверх либо на одну клетку по диагонали вправо-вверх. Двое ходят по очереди. Кто не может сделать ход — проиграл.

**5.3.** На доске  $11 \times 15$  в левом нижнем углу стоит *хромой конь*. Двое ходят по очереди. За ход разрешается пойти конём на две клетки вправо и одну клетку вверх или на две клетки вверх и на одну вправо. Кто не может сделать ход — проиграл.

**5.4. а)** Игра начинается с числа 4. За ход разрешается прибавить к имеющемуся числу любое меньшее натуральное число. Выигрывает тот, кто получит 2023. Тот же вопрос, если для выигрыша нужно получить число: **б)**  $2^{2023} - 1$ ; **в)**  $2023 \cdot 2^{2023}$ .

**5.5. а)** Имеются две кучи камней: в одной 5, в другой 7. За один ход можно взять один камень из любой кучи или по одному камню из обеих куч. Проигрывает тот, кто не может сделать хода. **б)** А если в одной куче 2022 камня, а в другой — 2023?

**5.6.** Имеется две кучки спичек: в одной 11 спичек, а в другой — 15. За ход разрешается взять две спички из одной кучки и одну из другой. Кто не может сделать ход — проиграл.

**5.7.** На волшебном дереве выросло 300 золотых монет. Кот Базилио и лиса Алиса договорились по очереди каждую ночь ходить к этому дереву и забирать не более половины имеющихся на нём монет. Кто не может сорвать ни одной монеты, отдаёт другому всё, что успел взять. Первой пошла Алиса.

**5.8.** Играют двое. В начале игры первый игрок называет любое целое число от 2 до 9. Затем игроки по очереди умножают полученное число на любое целое число от 2 до 9. Выигрывает тот, кто получит число больше 1000.