

Все занятия Малого мехмата в субботу 5 ноября отменяются. Ближайшее занятие состоится в субботу 12 ноября. Объявления о формате занятий с 12 ноября (очном/дистанционном) и связанные с этим подробности будут размещены на Discord-сервере каждой аудитории.

4.1. Задуманные числа. Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и все возможные суммы (по два, по три и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. (Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет записан набор 2, 3, 5, $2 + 3 = 5$, $2 + 5 = 7$, $3 + 5 = 8$, $2 + 3 + 5 = 10$.)

- а) На доске выписан набор $-8, -5, -4, -3, -1, 1, 4$. Какие числа задуманы?
- б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 2 раза. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?
- в) На доске выписано 63 числа. Сколько чисел было задумано?
- г) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?

4.2. Задуманные числа–2. Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по два, по три и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n , а остальные числа, равные n , стираются. (Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.)

- а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 4, 6, 8, 10.
- б) Можно ли задумать такие числа, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19, 20, 22?
- в) Какие числа были задуманы, если на доске в результате оказался записан набор 7, 8, 10, 15, 16, 17, 18, 23, 24, 25, 26, 31, 33, 34, 41?

4.3. НОДы по кругу. По кругу в некотором порядке по одному разу написаны числа от 9 до 18. Для каждой из десяти пар соседних чисел нашли их наибольший общий делитель.

- а) Может ли быть, что все наибольшие общие делители равны 1?
- б) Может ли быть, что все НОДы попарно различны?
- в) Какое наибольшее количество попарно различных наибольших общих делителей может при этом получиться?