

Определение: Число сочетаний из n по k — количество способов выбрать k элементов из n имеющихся (неупорядоченный набор). Обозначение: C_n^k

Определение: Число размещений из n по k — количество способов выбрать и упорядочить k элементов из n имеющихся. Обозначение: A_n^k

1. Сколькими способами можно выбрать из класса в 30 человек трёх ребят для участия в трёх олимпиадах по математике, физике и информатике?
Сколько способов выбрать из этого класса трёх дежурных?
2. Как связаны числа C_n^k и A_n^k ? Выразите C_n^k и A_n^k через n и k .
3. а) Сколькими способами можно выбрать 5 человек из 30, чтобы наградить их грамотами?
б) Сколькими способами можно выбрать из 30 человек 25, чтобы не награждать их грамотами?
в) Докажите равенство: $C_n^k = C_n^{n-k}$.
4. В коробке с конфетами лежит n нормальных конфет и еще одна отравленная. Вовочка хочет съесть k конфет из коробки.
а) Сколькими способами он может выбрать себе конфеты чтобы отравиться?
б) Сколькими способами он может выбрать конфеты чтобы не отравиться?
в) Докажите равенство: $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$
5. В столовой подают n различных блюд.
а) Сколькими различными способами можно покушать в этой столовой?
б) Сколькими различными способами можно выбрать себе на обед ровно k блюд?
в) Докажите равенство: $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$
6. Кузнечик прыгает вниз по длинной лестнице с сороковой ступеньки на первую. Сколькими способами он может попасть на первую ступеньку? А если разрешить ему сделать ровно четыре прыжка?
7. Дан квадрат $n \times n$.
а) Сколькими способами можно прийти из нижней левой клетки до любой клетки на большой диагонали квадрата, двигаясь только вверх и вправо?
б) Сколькими способами можно добраться из нижней левой клетки до верхней правой, если двигаться можно только вверх и вправо?
в) Докажите равенство: $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$
8. Сколькими способами можно прийти из левого нижнего угла в правый верхний клетчатого прямоугольника $m \times n$, если можно двигаться только вправо и вверх по одной клетке?