

Для любых трёх точек  $A, B, C$  выполняется неравенство  $AB + BC \geq AC$ , которое обращается в равенство, если и только если точка  $B$  лежит на отрезке  $AC$ .

**3.1.** Две стороны равнобедренного треугольника равны 5 и 12. Найдите периметр треугольника.

**3.2.** Длины двух сторон треугольника равны 2 и 5, а длина третьей также выражается целым числом. Чему она может быть равна?

**3.3.** Существуют ли треугольники с длинами сторон (в метрах):

а) 1, 2, 3; б) 3, 4, 5; в)  $3^{33}$ ,  $3^{33}$ ,  $3^{30}$ ; г)  $2^{20}$ ,  $2^{21}$ ,  $2^{22}$ ? Ответы обоснуйте.

**3.4.** Сколько неравнобедренных треугольников можно составить из отрезков, длины которых равны: а) 2, 3, 4, 5; б) 2, 3, 4, 5, 6, 7?

**3.5.** Одна сторона треугольника равна 4, а две другие относятся как 3 : 5. Докажите, что периметр треугольника меньше 20.

**3.6.** Пусть  $ABCD$  — *выпуклый* четырёхугольник (то есть его диагонали пересекаются). Докажите, что  $AB + CD < AC + BD$ .

**3.7.** Докажите, что:

а) для любых трёх точек  $A, B, C$  верно неравенство  $AB \geq |AC - BC|$ ;

б) длина любой стороны треугольника меньше его полупериметра;

в) у выпуклого четырёхугольника сумма длин диагоналей больше полупериметра и меньше периметра.

г) Верны ли утверждения п. в) для невыпуклого четырёхугольника?

**3.8.** а) Докажите, что для любых точек  $A, B, C, D$  на плоскости имеет место неравенство  $AB + BC + CD \geq AD$ . б) Про четырёхугольник  $ABCD$  известно, что  $AB = 1$ ,  $BC = 5$ ,  $CD = 2$ . Чему может быть равна длина стороны  $AD$ , если она выражается целым числом?

**3.9.** Диагонали четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Докажите, что для любой точки  $F$  внутри четырёхугольника имеет место неравенство  $FA + FB + FC + FD \geq EA + EB + EC + ED$ .

**3.10.** Имеется 10 отрезков, причём известно, что длина каждого из них — целое число сантиметров. Два самых коротких отрезка — по 1 см, самый длинный — 50 см. Докажите, что среди этих отрезков найдутся три таких, из которых можно будет составить треугольник.