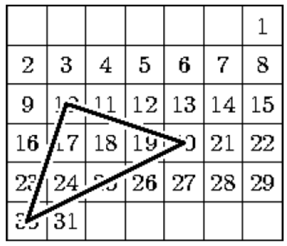
МММФ 8 класс **Клетчатая геометрия** 2 октября 2021

Клетчатая геометрия

.



1. Саша сделала из листа клетчатой бумаги календарь на январь 2006 года (см. рисунок) и заметила, что центры клеток 10, 20 и 30 января образуют равнобедренный прямоугольный треугольник. Саша предположила, что это будет верно и в любом другом году, за исключением тех лет, когда центры клеток 10, 20 и 30 лежат на одной прямой. Права ли Саша?

2. Игорь закрасил в квадрате 6×6 несколько клеток. После этого оказалось, что во всех квадратиках 2×2 одинаковое число закрашенных клеток и во всех полосках 1×3 одинаковое число закрашенных клеток. Докажите, что старательный Игорь закрасил все клетки.

3. Дан прямоугольник 100×101, разбитый линиями сетки на единичные квадратики. Найдите число отрезков, на которое линии сетки разбивают диагональ.

4. В узлах клетчатой плоскости отмечено 5 точек. Доказать, что есть две из них, середина отрезка между которыми тоже попадает в узел.

5. На клетчатой бумаге проведена диагональ прямоугольника 1×4. Покажите, как, пользуясь только линейкой без делений, разделить этот отрезок на три равные части.

6. На клетчатой бумаге отмечены четыре узла сетки, образующие квадрат 4×4. Отметьте ещё два узла и соедините их замкнутой ломаной так, чтобы получился шестиугольник (не обязательно выпуклый) площади 6 клеток.

7. а) Сколькими способами можно разбить прямоугольник 8×2 на прямоугольники 1×2?
б) Придумайте и опишите фигуру, которую можно разрезать на прямоугольники 1×2 ровно 555 способами.

8. Для игры в «Космический бой» необходимо разместить на квадратной клетчатой доске один крейсер размерами 2×3, одну летающую тарелку размерами 2×2, три звездолета размерами 1×3 и четыре истребителя размерами 1×2 так, чтобы корабли не соприкасались даже углами. На какой наименьшей доске удастся разместить корабли для игры в «космический бой»?