

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

22.1. Вычислите: **а)** 81^2 ; **б)** 79^2 ; **в)** $0,67 \cdot 0,73$; **г)** $10\frac{2}{7} \cdot 9\frac{5}{7}$; **д)** $(4\frac{5}{8})^2$; **е)** 202^3 .

22.2. Про числа a и b известно, что $a + b = 7$, $a \cdot b = 2$.

Найдите: **а)** $(a + b)^2$; **б)** $a^2 + b^2$; **в)** $(a - b)^2$; **г)** $a^2 - ab + b^2$; **д)** $a^3 + b^3$.

22.3. Замените звёздочки такими одночленами, чтобы образовалось тождество:

а) $(6a^5 + *)^2 = * + * + 49b^4$

в) $(* - 4)^3 = y^3 - * + * - 64$

б) $(5b^2 - *)^2 = * - 30a^2b^3 + *$

г) $(4a^2 + *)^3 = * + * + 300a^2m^2 + *$

22.4. Существуют ли такие целые числа x , y и z , для которых выполняется равенство $(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3 = 20212022$?

22.5. Найдите значение произведения

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{400}\right).$$

22.6. а) Выведите формулу для квадрата суммы трёх чисел: $(a + b + c)^2 = ?$

б) Известно, что $a + b + c = 5$ и $ab + bc + ac = 5$. Чему может равняться $a^2 + b^2 + c^2$?

в) Известно, что $x + y + z = 0$. Докажите, что $xy + yz + zx \leq 0$.

22.7. Докажите, что если $a = b + 1$, то

$$(a + b) \cdot (a^2 + b^2) \cdot (a^4 + b^4) \cdot \dots \cdot (a^{32} + b^{32}) = a^{64} - b^{64}.$$

22.8. Числа a , b и c таковы, что выражения $\frac{a+b}{c}$, $\frac{b+c}{a}$ и $\frac{c+a}{b}$ принимают одинаковое значение. Какое?

22.9. Известно, что каждое из чисел x и y можно представить в виде суммы квадратов каких-то двух целых чисел. Докажите, что число xy также является суммой квадратов каких-то двух целых чисел.

22.10. Незнайка придумал *фантастическое умножение* \otimes , которое для любых x и y удовлетворяет аксиомам *нуликративности* $x \otimes x = 0$ и *тилимилитивности* $x \otimes (y \otimes z) = (x \otimes y) + z$. Помогите Знайке вычислить $1755 \otimes 2022$.