

2. Число сочетаний

Теория.

Определение. Количество способов выбрать k объектов из n имеющихся называется числом сочетаний из n элементов по k и обозначается через C_n^k .

Теорема.

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{n(n-1) \cdots (n-k+1)}{k!}.$$

Важные частные случаи.

$$C_n^0 = 1; \quad C_n^1 = n; \quad C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}; \quad C_n^3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}.$$

Задачи.

2.1. В кружке занимается 8 мальчиков и 2 девочки. Для участия в Математической Регате нужно составить команду из 4х человек, в которой должна быть по меньшей мере одна девочка. Сколькими способами это можно сделать?

2.2. Сколькими способами можно 12 человек разбить на две команды по 6?

2.3. Имеется 6 одинаковых красных шаров, 5 одинаковых синих шаров и 4 одинаковых зелёных шара. Сколькими способами эти 15 шаров можно расположить в ряд?

2.4. Сколько существует десятизначных чисел, у которых сумма цифр равна 4?

2.5. В верхней левой клетке доски 7×9 стоит хромая ладья, которая за ход может сместиться либо на одну клетку вправо, либо на одну клетку вниз. Сколькими способами эта ладья может добраться до правой нижней клетки при условии, что ей запрещено посещать центральную клетку доски?

2.6. Сколькими способами можно из карточной колоды (36 карт) выбрать 6 карт так, чтобы среди них оказались карты всех мастей?