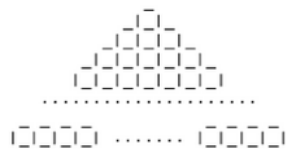


19.1. На бесконечной тропинке через каждый метр нарисована метка. На одной из них сидит Кузнечик, который умеет прыгать влево на 7 м, а вправо — на 4 м.
а) Как Кузнечику перепрыгнуть на 1 м правее? **б)** А на 1 м левее? **в)** Докажите, что он сможет допрыгать до любой метки.

19.2. В мешке 64 кг гвоздей. Как при помощи чашечных весов без гирь отвесить:
а) 32 кг гвоздей; **б)** 8 кг гвоздей; **в)** 23 кг гвоздей; **г)** n кг гвоздей (n — любое целое число от 1 до 64)?

19.3. На бесконечном клетчатом поле стоит фигура Снежинка. Снежинка умеет ходить на 5 клеток по горизонтали или вертикали (в четырёх направлениях) и на 2 клетки по диагонали (ещё в четырёх направлениях). Может ли она за несколько ходов попасть в любую клетку?

19.4. Найдите значение суммы: **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$;
б) $1 + 3 + 5 + \dots + 19$; **в)** $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$. Попробуйте обосновать ответ в пункте в) двумя способами: арифметическим и геометрическим. Вам поможет пирамидка на рисунке справа.



19.5. Филя рвёт каждый попадающий ему в руки кусок бумаги на 4 части, а Степашка — на 8. Докажите, что объединёнными усилиями они могут разорвать газету на любое число частей, начиная с 13.

19.6. Вычислите сумму степеней двойки:
а) $1 + 2 + 4 + 8 + 16$; **б)** $1 + 2 + 4 + \dots + 128$; **в)** $1 + 2 + 4 + \dots + 2^n$.

19.7. Дан клетчатый квадрат с длиной стороны 2^n . Из него вырезали одну клетку (но неизвестно, какую именно). Докажите, что оставшуюся фигуру можно разрезать на трёхклеточные уголки.

19.8. Карточки с номерами от 1 до 2022 выложены в ряд в произвольном порядке. Одна из карточек — красная, а остальные — белые. За один шаг можно поменять красную карточку местами с любой другой. Как за несколько шагов расположить карточки в порядке возрастания номеров?

19.9. У бородатого многоугольника снаружи растёт щетина. Его пересекают несколько бородатых прямых, у каждой из которых с одной стороны тоже растёт щетина (см. рис. справа). Они делят многоугольник на части. Докажите, что хотя бы одна из этих частей — бородатая снаружи.

