

18.1. На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник шириной 200 и высотой 100 клеток. Его закрашивают по клеткам, начав с левой верхней и идя по спирали (дойдя до края или уже закрашенной части, поворачивают направо). Какая клетка будет закрашена последней? (Укажите номер её строки и столбца.)

18.2. В коробке лежат 2021 белый и 2022 чёрных шара. Наугад вытаскиваются два шара. Если они одного цвета, то их выкидывают и кладут в коробку чёрный шар, а если разного — выкидывают чёрный, а белый кладут обратно. Так делают до тех пор, пока в коробке не останется один шар. Какого он цвета?

18.3. В волшебном лесу жили 56 зайцев, 35 лис, 24 волка и 3 медведя. Если лиса съест зайца, то превратится в волка, а если волк съест зайца, то превратится в медведя. Через год в лесу осталось 3 зайца, а медведей стало 33. А сколько лис?

18.4. На складах двух магазинов хранится пшено: на первом складе на 16 тонн больше, чем на втором. Каждую ночь ровно в полночь владелец каждого магазина ворует у своего конкурента четверть имеющегося на его складе пшена и перетаскивает на свой склад. Через 10 ночей воришек поймали. На каком складе в момент их поимки было больше пшена и на сколько?

18.5. В колонию из 200 бактерий попадает вирус. В первую минуту он уничтожает одну бактерию, затем делится на два новых вируса, а каждая из оставшихся бактерий тоже делится на две новые. В каждую следующую минуту каждый имеющийся вирус уничтожает по одной бактерии, и затем каждый из вирусов и каждая из оставшихся бактерий снова делятся пополам. Будет ли эта колония жить бесконечно долго или погибнет (если да, то через какое время)?

18.6. Десять гномов вместе выпивают ведро молока за минуту. Каждый гном пьёт молоко со своей постоянной скоростью. Докажите, что если разлить молоко поровну в 10 бутылок, то гномы тоже смогут выпить его за минуту. (Из каждой бутылки в каждый момент может пить только один гном, но разрешается любое число раз обмениваться бутылками, обмен происходит мгновенно).

18.7. Круг разбит на 25 секторов, пронумерованных в произвольном порядке числами от 1 до 25; в одном из них сидит кузнечик. Он прыгает по кругу, каждым прыжком перемещаясь по часовой стрелке на число секторов, равное номеру текущего сектора. Докажите, что в какой-то сектор кузнечик не сможет попасть.

18.8. В ряд записаны несколько различных натуральных чисел. Назовём пару соседних чисел *плохой*, если либо они одной чётности и левое больше правого, либо они разной чётности и левое меньше правого. Каждую минуту числа одной из плохих пар меняются местами. Докажите, что рано или поздно такие перестановки прекратятся.