

## 15. Зацикливание

### Задачи.

**15.1.** Начнём считать пальцы на руке следующим образом: пусть первым будет большой, вторым — указательный, третьим — средний, четвёртым — безымянный, пятым — мизинец, шестым — снова безымянный, седьмым — средний, восьмым — указательный, девятым — большой, десятым — указательный, и так далее. Какой палец будет 2023-м?

**15.2.** На доске написано число 2023. Каждую минуту число стирают с доски и на его место записывают произведение его цифр, увеличенное на 12. Какое число окажется на доске через час?

**15.3.** Дмитрий Владимирович написал на двери каждого кабинета школы указание «Ищите меня в кабинете таком-то» и скрылся в неизвестном направлении. Владимир начал поиск с 24-го кабинета, руководствуясь этими надписями. Докажите, что:

- а) с некоторого момента он будет бегать по кругу;
- б) если все надписи различны, то когда-нибудь Владимир вернется в 24-й кабинет.

**15.4.** Кносский Лабиринт состоит из нескольких залов, некоторые из которых соединены между собой пересекающимися коридорами. Тесей через отверстие в потолке проник в Главный Зал Лабиринта и вышел из этого зала по одному из коридоров. В каждом следующем зале Тесей всегда выбирает тот из коридоров, вход в который находится правее всего. Докажите, что рано или поздно Тесей вернется в Главный Зал.

**15.5.** В Кносском Лабиринте живёт минотавр. Однажды утром минотавр вышел из Главного Зала по одному из коридоров и в следующем зале выбрал тот из коридоров, вход в который находился левее всего. Далее минотавр руководствуется следующим правилом: если в предыдущем зале поворачивал налево, то в этом — направо, и наоборот. Докажите, что когда-нибудь минотавр снова окажется в Главном Зале.

**15.6.** Боги вывели в Кносском Лабиринте стадо минотавров. Перед началом работы их собрали в Главном Зале, где со вступительным словом выступил сам Зевс. Далее каждый минотавр начал обходить Лабиринт по правилам, описанным в предыдущей задаче. Докажите, что когда-нибудь в Главном Зале снова соберется все стадо минотавров. (Длина каждого коридора равна целому числу стадий, а скорость каждого минотавра равна целому числу стадий в час.)

**15.7.** На бесконечной ленте записаны в ряд 3 цифры. Справа к ним приписывают цифру, на которую оканчивается их сумма, а первую цифру после этого стирают.

а) Докажите, что после некоторого числа таких операций на ленте снова будут записаны те же цифры, что и вначале.

б) Докажите, что для этого потребуется не более 1000 операций.

**15.8.** Докажите, что существует число Фибоначчи, которое делится на 2023.