

12. Мудрецы

Задачи.

12.1. Пока трое мудрецов спали под деревом, озорной ребенок вымазал их лица углём. Проснувшись, каждый мудрец увидел лица своих друзей и начал смеяться. Внезапно один замолчал. Почему?

12.2. Однажды царь сказал троем мудрецам: «У меня в ларце есть пять колпаков: три чёрных и два белых. Я каждому из вас надену по колпаку. Каждый должен видеть те колпаки, которые я надеваю на других, но никто не имеет право смотреть, какой колпак я надеваю на него самого. Кто из вас первым догадается, какой на нём колпак, тот и мудрее». Закрыли мудрецы глаза, а царь надел им на головы три чёрных колпака. Открыли они глаза и долго-долго молчали. Вдруг один из них сказал: "На мне чёрный колпак!". Как он догадался?

12.3. Царь решил проверить, сколь мудры два главных его мудреца. Он позвал их к себе и сказал: «Завтра утром я поставлю вас друг против друга, и каждому на голову надену либо белый, либо чёрный колпак. Потом вас отведут в разные комнаты, и каждый скажет цвет своего колпака. Если никто не угадает цвет своего колпака, вас обоих казнят. Иначе — обоих наградят». Что заслужили мудрецы — казнь или награду?

12.4. Через месяц царь пригласил ещё одного мудреца, и решил проверить на мудрость всех троих. Он снова позвал их к себе, но задача усложнилась: теперь каждый колпак мог быть белого, чёрного или красного цвета! Условия остались прежними: хотя бы один мудрец должен угадать цвет своего колпака. Как быть мудрецам теперь?

12.5. Выдача премий Совету Мудрецов происходит так: царь выстраивает их в колонну по одному и надевает каждому белый или чёрный колпак. Все мудрецы видят цвета всех колпаков впереди стоящих мудрецов, а цвет своего и всех стоящих сзади не видят. Раз в минуту один из мудрецов должен выкрикнуть один из цветов (каждый мудрец выкрикивает цвет один раз). Затем царь платит Совету столько золотых монет, сколько мудрецов угадали цвета своих колпаков. Накануне все трое членов Совета договорились и придумали, как увеличить награду.

(а) Сколько монет они могут гарантированно заработать?

(б) А если бы колпаки могли быть белые, черные и красные?

(в) А если бы мудрецов было не трое, а сто?

12.6. У двух мудрецов написано на лбах два последовательных натуральных числа. У первого - чётное, а у второго - нечётное. Они встретились, и состоялся такой диалог: «Я не знаю, какое число у меня на лбу.» «И я не знаю, какое число у меня на лбу.» «Я по-прежнему не знаю, какое число у меня на лбу.» «И я всё ещё не знаю, какое число у меня на лбу.» «А теперь я знаю, какое число у меня на лбу!» «Ну тогда и я тоже знаю своё число!» Какие же числа написаны у мудрецов на лбах?