

10.1. Простыми или составными являются числа:

а) 101; б) 177; в) 217; г) 463; д) 899; е) 8281? Ответы обоснуйте!

10.2. В магическом квадрате суммы цифр в каждой строке, в каждом столбце и на обеих диагоналях равны. Можно ли составить магический квадрат 5×5 из первых 25 простых чисел?

10.3. При каких натуральных n число $n^2 + 4n$ является простым?

10.4. Если в выражение $n^2 + n + 41$ подставлять $n = 1, 2, 3, 4, 5$, получатся простые числа 43, 47, 53, 61, 71. Верно ли, что при подстановке в это выражение любого натурального числа n получится простое число?

10.5. а) Приведите пример трёх чисел, не делящихся друг на друга и таких, что произведение любых двух из них делится на третье.

б) Тот же вопрос для чисел, больших ста.

10.6. В ряд выписаны в порядке возрастания все простые числа. Может ли сумма шести подряд идущих чисел в этом ряду равняться сумме пяти подряд идущих чисел в этом ряду? (Наборы чисел могут пересекаться.)

10.7. Назовём число *примарным*, если оно является натуральной степенью простого числа (например, 7^1 или 13^4). Найдите самую длинную цепочку примарных чисел, идущих подряд.

10.8. Существует ли 41 подряд идущее составное натуральное число?

10.9. Докажите, что при всех натуральных значениях $n > 2$ числа $2^n - 1$ и $2^n + 1$ не могут быть простыми одновременно.

10.10. Назовём число *упрощённым*, если оно является произведением ровно двух простых чисел (не обязательно различных). Какое наибольшее количество последовательных чисел могут оказаться упрощёнными?

10.11. Найдите наибольшее натуральное число, все цифры которого различны, и сумма каждых двух его цифр является составным числом.

10.12. Петя утверждает, что он может написать четыре различных двузначных числа, разность любых двух из которых — простое число, а Коля утверждает, что он может написать пять таких чисел. Объясните, кто из них прав, а кто нет, и почему.