

- 4.1. Найдите последнюю цифру числа: а)  $2^{100}$ ; б)  $549^{49}$ ; в)  $2021^{2021}$ .
- 4.2. В книге рекордов Гиннеса написано, что наибольшее известное простое число равно  $23021^{337} - 1$ . Не опечатка ли это? (*Простое число* — это натуральное число, имеющее ровно два натуральных делителя.)
- 4.3. Найдите последнюю цифру в произведении:
- а) всех простых чисел, не превосходящих 100;
  - б) всех нечётных простых чисел, не превосходящих 100;
  - в) всех нечётных чисел от 1 до 2021.
- 4.4. В магазин привезли 206 литров молока в бидонах по 10 и 17 литров. Сколько было бидонов каждого вида?
- 4.5. Делится ли число  $47^{30} + 39^{50}$  на 10?
- 4.6. Сколькими нулями оканчивается число
- $$2020! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2018 \cdot 2019 \cdot 2020?$$
- 4.7. а) Докажите, что среди любых 11 натуральных чисел найдутся два числа, разность которых делится на 10.  
б) Какое наименьшее количество натуральных чисел нужно взять наугад, чтобы сумма или разность каких-то двух из них делилась на 10?  
в) Докажите, что среди квадратов любых пяти натуральных чисел всегда можно выбрать два, сумма или разность которых делится на 10.
- 4.8. На какую цифру может оканчиваться сумма нескольких первых натуральных чисел?
- 4.9. Вовочка перемножил несколько девяток. Может ли произведение тоже оканчиваться несколькими девятками?
- 4.10. Найдите последнюю цифру числа  $7^{7^7}$ . (Степени вычисляются «сверху вниз»:  $7^{7^7} = 7^{(7^7)}$ .)
- 4.11. На доске было написано число из нескольких семёрок:  $777\dots 77$ . Влад стёр у этого числа последнюю цифру, полученное число умножил на 3 и к произведению прибавил стёртую цифру. С полученным числом он проделал ту же операцию, и так далее. Докажите, что через некоторое время у него получится число 7.
- 4.12. Можно ли придумать пример на деление с остатком, в котором делимое, делитель, неполное частное и остаток (в каком-нибудь порядке) оканчивались цифрами 9, 7, 3 и 1?