

## 6 класс. Лемма о рукопожатиях

1. На конференцию приехало 100 ученых. Во время церемонии открытия каждый пожал руку пяти другим. Сколько рукопожатий было совершено?
2. Во дворе стоят 10 берёз и 6 фонарных столбов. Между ними натянуты бельевые верёвки так, что к каждому столбу привязано 7 верёвок, а к каждой березе - 5. Сколько во дворе бельевых верёвок?
3. Можно ли 21 компьютер соединить проводами так, чтобы каждый был соединён с 11 другими?
4. Можно ли изобразить на плоскости 9 отрезков так, чтобы каждый пересекал ровно 3 других?
5. **Лемма о рукопожатиях.** Докажите, что чётно число людей, которые в своей жизни сделали нечётное число рукопожатий.
6. В стране 2021 город. Из столицы выходит 25 дорог, из города Захолустного выходит всего одна дорога, а из всех остальных городов - по 20 дорог. Путешественник хочет добраться от Захолустного до столицы. Докажите, что он может справиться с поставленной задачей.
7. В некоторой стране из каждого города выходит ровно 2020 дорог, причём из любого города можно по дорогам добраться до любого другого. Террористы взорвали одну из дорог. Докажите, что и после этого можно из любого города добраться до любого.
8. Можно ли все рёбра полного графа с 55 вершинами раскрасить в 54 цвета таким образом, чтобы все рёбра, выходящие из одной вершины, были разного цвета?