

## 17. Инвариант

### Теория.

**Инвариант.** Пусть в задаче последовательно совершаются некоторые действия. Инвариантом называется свойство или числовая характеристика, которая при указанных действиях не изменяется.

**Важная мысль.** Если процесс обладает некоторым инвариантом, то из ситуации с одним значением инварианта нельзя получить ситуацию с другим значением инварианта.

### Распространённые примеры инвариантов:

- цвет клетки;
- чётность;
- остаток от деления.

### Задачи.

1. Испорченный калькулятор умеет производить с числом только три операции: прибавлять 8, вычитать 6 и умножать на 3. Можно ли с помощью этого калькулятора из числа 14 получить число 15?

2. За один ход шахматную фигуру «попрыгунчик» можно сдвинуть на две клетки либо по горизонтали, либо по вертикали. Может ли попрыгунчик за несколько ходов попасть в клетку, соседнюю с исходной

- (а) по стороне;
- (б) по углу?

3. На доске написано 1011 единиц и 1011 нулей. За ход разрешается либо заменить два одинаковых числа на ноль, либо заменить два разных числа на единицу. Какое число останется на доске через 2021 ход?

4. На доске записано число  $2016^{2017}$ . У него вычислили сумму цифр. Затем у результата вычислили сумму цифр. Так повторяли до тех пор, пока не осталось однозначное число. Какое?

5. Лёша и Паша заполучили школьную стенгазету. Каждый попавший ему в руки фрагмент Лёша рвет на 4 части, а Паша — на 7 частей. Через некоторое время Дмитрий Владимирович собрал 2022 обрывка от стенгазеты. Докажите, что по меньшей мере один обрывок потерялся.

6. Утром в луже плавало 19 синих и 95 красных амёб. Иногда амёбы сливаются. Если сливаются две красные амёбы, то получается одна синяя. Если сливаются две синие амёбы, то получившаяся амёба мгновенно делится, и образуется 4 красные амёбы. Наконец, если синяя амёба сливается с красной, то это приводит к появлению трех красных амёб. Вечером в луже оказалось 100 амёб. Сколько среди них красных?

7. На столе лежит кучка из 1001 камня. Ход состоит в том, чтобы из какой-либо кучи, содержащей более одного камня, выкидывают камень, а затем одну из куч делят на две. Можно ли через несколько ходов оставить на столе только кучи, состоящие из трех камней?

8. На острове живут 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Когда два разноцветных хамелеона встречаются, они мгновенно оба перекрашиваются в третий цвет. (Например, серый и бурый хамелеоны при встрече становятся малиновыми.) Могут ли все хамелеоны через некоторое время стать одноцветными?