

6.1. На доске написано 10 единиц и 10 двоек. Двое играют по следующим правилам: за ход разрешается стереть две любые цифры и, если они были одинаковыми, написать двойку, а если разными — единицу. Если последняя оставшаяся на доске цифра — единица, то выиграл первый игрок, если двойка — то второй. Кто выиграет?

Ответ: выигрывает второй.

Решение. Четность суммы при каждом ходе не меняется, поэтому в конце игры на доске останется двойка.

6.2. Маша и Ваня по очереди ломают шоколадку «Алёнка» размером 6×8 . За один ход можно сделать прямолинейный разлом любого из кусков вдоль углубления. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет, если первый разлом делает Маша?

Решение. За один ход количество кусков увеличивается на 1. Т. к. вначале был один кусок, а в конце их стало 48, было сделано 47 разломов. Выигрывает **Маша**.

6.3. Остап Бендер провел сеанс одновременной игры в шахматы с двумя гроссмейстерами, причем с одним из соперников он играл чёрными фигурами, а с другим — белыми. За этот сеанс Остап получил 1 очко. (За победу в шахматной партии дается 1 очко, за ничью — 0,5 очка, за поражение — 0 очков.) Как он смог этого добиться?

Решение. В каждой из партий Остап Бендер повторял ходы соперника из другой партии так, что фактически гроссмейстеры играли друг с другом на разных досках. Если один из соперников Бендера получил 1 очко, то Бендер получил 1 очко в партии с другим. В случае ничьей каждый игрок получил за каждую сыгранную партию по 0,5 очка, т. е. Бендер в сумме набрал 1 очко.

6.4. а) Имеются две кучки по 10 спичек. Двое по очереди берут спички, причём за один ход разрешается брать любое количество спичек, но только из одной кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре? **б)** А если в одной кучке 20, а в другой 30 спичек?

Решение. а) Выигрывает **второй**, беря из кучки, нетронутой первым на предыдущем ходе, столько же спичек, сколько взял до этого первый. **б)** Выигрывает **первый**. Сначала он берет 10 спичек из большей кучки, а потом пользуется стратегией второго игрока из пункта а.

6.5. В каждой клетке доски 7×7 стоит шашка. Двое по очереди снимают с доски любое количество подряд идущих шашек либо из одного вертикального, либо из одного горизонтального ряда. Выигрывает снявший последнюю шашку. Укажите выигрышную стратегию для первого игрока.

Решение. Сначала **первый** снимает центральную шашку, а затем пользуется центрально-симметричной стратегией.

6.6. Двое по очереди кладут пятаки на круглый стол, причем так, чтобы они не накладывались друг на друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

Решение. Выигрывает **первый**. Первым ходом он кладет пятак в центр стола, а затем делает ходы центрально-симметрично ходам второго.

6.7. Петя и Вася по очереди ставят ладьи на крайние клетки доски 9×9 так, чтобы каждая выставленная ладья оказалась под боем чётного количества ладей, начинает Петя. Кто не может сделать ход, тот проиграл. Кто из них может выиграть, как бы ни играл соперник?

Ответ: выиграть может Вася.

Решение. Выберем на доске одну из главных диагоналей, например, А1-И9. На любой ход Пети, отличный от хода в клетку А1 или И9, Вася сможет ответить ходом в клетку, симметричную относительно этой диагонали. А при ходе Пети в одну из указанных клеток на диагонали Вася отвечает ходом в другую. Таким образом, рано или поздно у Пети не будет ходов.

Замечание. Центрально-симметричная стратегия является ошибочной: на ход Е1 нельзя ответить ходом Е9.

6.8. а) В кучке лежит 20 карандашей. Каляка и Маляка по очереди берут карандаши из кучки. За один ход разрешается взять от 1 до 4 карандашей. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет, если начинает игру Каляка? **б)** А если за один ход разрешается брать от 1 до 5 карандашей?

Решение. а) Если Каляка берет a карандашей, то следующим ходом **Маляка** берет $(5 - a)$ карандашей, таким образом выигрывает. **б)** Первым ходом **Каляка** берет 2 карандаша, а потом ходит по правилу «взять $(6 - a)$ карандашей, если Маляка взял a карандашей» и выигрывает.

6.9. Петя и Вася играют, выставляя по очереди коней на клетчатую доску 2×50 , начинает Петя. За один ход игрок должен выставить на свободные клетки двух коней, которые бьют друг друга. Кто не может сделать ход, тот проиграл. Кто из мальчиков может выиграть, как бы ни играл соперник?

Ответ: Вася.

Решение. Пусть Петя сделал какой-то ход. Он поставил коней на разные горизонтали и разные вертикали. Вася может сделать ход в те же вертикали и те же горизонтали, что и Петя (например, если Петя поставил коней на клетки А1 и В3, то Вася может поставить коней на клетки А3 и В1). Таким образом, Вася сделает последний ход.

6.10. Клетки доски 1×2025 последовательно пронумерованы числами от 1 до 2025. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За один ход можно закрасить либо любую свободную клетку, либо две соседние, у левой из которых номер чётный. Кто не может сделать очередной ход, проигрывает. Кто может выиграть, как бы не играл соперник?

Ответ: Петя.

Решение. Разобьем клетки начиная со второй на группы по четыре. Сначала Петя закрашивает первую клетку. Далее на любой ход Васи он отвечает ходом в ту же четвёрку. Если Вася красит одну клетку, то Петя тоже красит одну клетку с номером той же чётности. Если же Вася красит две клетки, то это правая или левая половина четвёрки. Тогда Петя красит вторую половину. Таким образом, у Пети всегда есть ход, поэтому он не проиграет, а значит, обеспечит себе победу.

6.11. У ромашки: **а)** 12 лепестков; **б)** 11 лепестков. За ход разрешается сорвать либо один лепесток, либо два рядом растущих лепестка. Проигрывает игрок, который не сможет сделать ход. Как действовать второму игроку, чтобы выиграть независимо от ходов первого игрока?

Решение. а) Второй игрок может повторять ходы первого симметрично относительно середины ромашки. **б)** Если первый игрок первым ходом срывает один лепесток, то второй следующим ходом срывает два лепестка так, чтобы оставшиеся 8 лепестков разделились на две группы по 4 лепестка. Если первый игрок первым ходом срывает два лепестка, второй следующим ходом срывает один лепесток так, чтобы оставшиеся 8 лепестков разделились на две группы по 4 лепестка. А теперь второй игрок может повторять ходы первого, срывая лепестки в другой группе из 4 лепестков.