

02.11.24 занятий Малого мехмата не будет. Следующее занятие 09.11.24.

4.1. Найдите последнюю цифру числа: а)  $2^{100}$ ; б)  $549^{49}$ ; в)  $2025^{2025}$ .

4.2. В книге рекордов Гиннеса написано, что наибольшее известное простое число равно  $23021^{337} - 1$ . Не опечатка ли это? (*Простое число* — это натуральное число, имеющее ровно два натуральных делителя.)

4.3. Найдите последнюю цифру в произведении:

а) всех простых чисел, не превосходящих 100;

б) всех нечётных простых чисел, не превосходящих 100;

в) всех нечётных чисел от 1 до 2025.

4.4. В магазин привезли 206 литров молока в бидонах по 10 и 17 литров. Сколько было бидонов каждого вида?

4.5. Делится ли число  $47^{30} + 39^{50}$  на 10?

4.6. Можно ли придумать пример на деление с остатком, в котором делимое, делитель, неполное частное и остаток (в каком-нибудь порядке) оканчивались цифрами 9, 7, 3 и 1?

4.7. а) Докажите, что среди любых 11 натуральных чисел найдутся два числа, разность которых делится на 10.

б) Какое наименьшее количество натуральных чисел нужно взять наугад, чтобы сумма или разность каких-то двух из них делилась на 10?

в) Докажите, что среди квадратов любых пяти натуральных чисел всегда можно выбрать два, сумма или разность которых делится на 10.

4.8. На какую цифру может оканчиваться сумма нескольких первых натуральных чисел?

4.9. Вовочка перемножил несколько девяток. Может ли произведение тоже оканчиваться несколькими девятками?

4.10. Найдите последнюю цифру числа  $7^{7^7}$ . (Степени вычисляются «сверху вниз»:  $7^{7^7} = 7^{(7^7)}$ .)

4.11. Сколькими нулями оканчивается число

$$2024! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2022 \cdot 2023 \cdot 2024?$$

4.12. На доске было написано число из нескольких семёрок:  $777\dots 77$ . Влад стёр у этого числа последнюю цифру, полученное число умножил на 3 и к произведению прибавил стёртую цифру. С полученным числом он проделал ту же операцию, и так далее. Докажите, что через некоторое время у него получится число 7.