

1. **В-1.** В корзине лежат 20 томатов и 16 перцев. Красных среди них втрое больше, чем жёлтых (а других цветов нет). Сколько жёлтых овощей лежит в корзине?

В-2. В корзине лежат 15 томатов и 18 перцев. Красных среди них вдвое меньше, чем жёлтых (а других цветов нет). Сколько жёлтых овощей лежит в корзине?

Ответ В-1. 9.

Ответ В-2. 22.

Решение В-1. Всего овощей $20 + 16 = 36$. Жёлтых овощей в $1 + 3 = 4$ раза меньше, чем всех овощей. Значит, всего жёлтых овощей $36 : 4 = 9$.

Решение В-2. Всего овощей $15 + 18 = 33$. Жёлтых овощей в $(1 + 2) : 2 = 1,5$ раза меньше, чем всех овощей. Значит, всего жёлтых овощей $33 : 1,5 = 22$.

2. **В-1.** В овощную лавку привозят для продажи картошку в мешках по 10 кг. Продавец может отвесить из мешка 1 кг картошки и положить в другой мешок, потратив на всё это вместе 20 секунд. Покупатель хочет купить 6 кг картошки. Через какое наименьшее время (в секундах) продавец сможет отдать покупателю мешок с нужным количеством картошки?

В-2. В овощную лавку привозят для продажи картошку в мешках по 12 кг. Продавец может отвесить из мешка 1 кг картошки и положить в другой мешок, потратив на всё это вместе 20 секунд. Покупатель хочет купить 7 кг картошки. Через какое наименьшее время (в секундах) продавец сможет отдать покупателю мешок с нужным количеством картошки?

Ответ В-1. 80.

Ответ В-2. 100.

Решение В-1. Продавец может отвесить из мешка 6 кг картошки и положить в другой мешок за $6 \cdot 20 = 120$ секунд. С другой стороны, продавец может отвесить из мешка 4 кг картошки и положить в другой мешок, тогда в первом мешке останется 6 кг, на это потребуется $4 \cdot 20 = 80$ секунд.

Решение В-2. Продавец может отвесить из мешка 7 кг картошки и положить в другой мешок за $7 \cdot 20 = 140$ секунд. С другой стороны, продавец может отвесить из мешка 5 кг картошки и положить в другой мешок, тогда в первом мешке останется 7 кг, на это потребуется $5 \cdot 20 = 100$ секунд.

3. **В-1.** Дом состоит из нескольких одинаковых 17-этажных подъездов. В каждом подъезде на каждом этаже, кроме первого, по 6 квартир, а на первом этаже — по 3 квартиры. На каком этаже дома находится квартира № 624?

В-2. Дом состоит из нескольких одинаковых 13-этажных подъездов. В каждом подъезде на каждом этаже, кроме первого, по 8 квартир, а на первом этаже — по 3 квартиры. На каком этаже дома находится квартира № 624?

Ответ В-1. 6.

Ответ В-2. 5.

Решение В-1. В одном подъезде $3 + (17 - 1) \cdot 6 = 99$ квартир. Поскольку, $624 = 99 \cdot 6 + 30$, то квартира находится в 7-м подъезде на 30-м месте с начала. Так как $30 = 3 + 6 \cdot 4 + 3$, то 624-я квартира находится на $1 + 4 + 1 = 6$ этаже.

Решение В-2. В одном подъезде $3 + (13 - 1) \cdot 8 = 99$ квартир. Поскольку, $624 = 99 \cdot 6 + 30$, то квартира находится в 7-м подъезде на 30-м месте с начала. Так как $30 = 3 + 3 \cdot 8 + 3$, то 624-я квартира находится на $1 + 3 + 1 = 5$ этаже.

4. **В-1.** На четырёх складах хранится пшеница. На всех складах, не считая первого, в общей сложности хранится 38 тонн пшеницы; на всех складах, не считая второго, — 46 тонн; на всех складах, не считая третьего, — 42 тонны; на всех складах, не считая четвертого, — 48 тонн. Сколько тонн пшеницы хранится на третьем складе?

В-2. На четырёх складах хранится пшеница. На всех складах, не считая первого, в общей сложности хранится 57 тонн пшеницы; на всех складах, не считая второго, — 66 тонн; на всех складах, не считая третьего, — 48 тонн; на всех складах, не считая четвертого, — 63 тонны. Сколько тонн пшеницы хранится на втором складе?

Ответ В-1. 16.

Ответ В-2. 12.

Решение В-1. Заметим, что в сумме $38 + 46 + 42 + 48 = 174$ по 3 раза учтён каждый склад. Значит, суммарно на всех складах $174 : 3 = 58$ тонн пшеницы. Таким образом, на третьем складе хранится $58 - 42 = 16$ тонн пшеницы.

Решение В-2. Заметим, что в сумме $57 + 66 + 48 + 63 = 234$ по 3 раза учтён каждый склад. Значит, суммарно на всех складах $234 : 3 = 78$ тонн пшеницы. Таким образом, на втором складе хранится $78 - 66 = 12$ тонн пшеницы.

5. **В-1.** Найдите шестизначное число вида $477\dots$, которое делится на 7, 8 и 17.

В-2. Найдите шестизначное число вида $678\dots$, которое делится на 7, 11 и 13.

Ответ В-1. 477 904.

Ответ В-2. 678 678.

Решение В-1. Для того, чтобы число делилось на 7, на 8 и на 17, необходимо и достаточно, чтобы данное число делилось на $7 \cdot 8 \cdot 17 = 952$. Заметим, что $500 \cdot 952 = 476\,000$, $501 \cdot 952 = 476\,952$, $502 \cdot 952 = 477\,904$, $503 \cdot 952 = 478\,856$, подходит только число 477 904. Все другие числа, очевидно не подходят.

Решение В-2. Для того, чтобы число делилось на 7, на 11 и на 13, необходимо и достаточно, чтобы данное число делилось на $7 \cdot 11 \cdot 13 = 1001$. Заметим, что $678 \cdot 1001 = 678\,678$, а $677 \cdot 1001 = 677\,677$ и $679 \cdot 1001 = 679\,679$ уже не подходят. Все другие числа, очевидно не подходят.

6. **В-1.** Опросили группу людей, среди которых рыцарей и лжецов поровну (рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут). На вопрос: «Сколько среди вас лжецов?» — каждый дал ответ: «Не меньше пяти» либо «Больше девяти». На вопрос: «Сколько среди вас рыцарей?» — каждый дал ответ: «Не больше восьми» либо «Меньше двенадцати». Сколько человек в опрашиваемой группе?

В-2. Опросили группу людей, среди которых рыцарей и лжецов поровну (рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут). На вопрос: «Сколько среди вас лжецов?» — каждый дал ответ: «Больше пяти» либо «Не меньше девяти». На вопрос: «Сколько среди вас рыцарей?» — каждый дал ответ: «Меньше восьми» либо «Не больше десяти». Сколько человек в опрашиваемой группе?

Ответ В-1. 18.

Ответ В-2. 16.

Решение В-1. Если лжецов меньше 5, то все лгут, а если больше 9, то все говорят правду, значит, лжецов может быть 5, 6, 7, 8, 9. Если рыцарей меньше 9, то все говорят правду, а если больше 11, то все лгут, значит, лжецов может быть 9, 10, 11. Поскольку рыцарей и лжецов поровну, то группа людей состоит из $2 \cdot 9 = 18$ человек.

Решение В-2. Если лжецов меньше 6, то все лгут, а если больше 8, то все говорят правду, значит, лжецов может быть 6, 7, 8. Если рыцарей меньше 8, то все говорят правду, а если больше 10, то все лгут, значит, лжецов может быть 8, 9, 10. Поскольку рыцарей и лжецов поровну, то группа людей состоит из $2 \cdot 8 = 16$ человек.

7. **В-1.** В школе можно изучать английский, французский и немецкий язык. Английский язык преподают пятеро преподавателей, французский — трое, немецкий — двое. Сколькими способами ученик этой школы может выбрать для изучения какие-нибудь из этих языков (не менее одного) и преподавателей по выбранным языкам? По каждому языку можно выбрать не более одного преподавателя.

В-2. В школе можно изучать английский, французский и испанский язык. Английский язык преподают пятеро преподавателей, французский — двое, испанский — четверо. Сколькими способами ученик этой школы может выбрать для изучения какие-нибудь из этих языков (не менее одного) и преподавателей по выбранным языкам? По каждому языку можно выбрать не более одного преподавателя.

Ответ В-1. 71.

Ответ В-2. 89.

Решение В-1. Все три языка можно выбрать $5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$ способами. Английский и французский можно выбрать $5 \cdot 3 = 15$ способами, английский и немецкий — $5 \cdot 2 = 10$ способами, Французский и немецкий — $3 \cdot 2 = 6$ способами, значит, два языка можно выбрать $15 + 10 + 6 = 31$ способом. Один язык можно выбрать $5 + 3 + 2 = 10$ способами. Таким образом, можно выбрать для изучения не менее одного языка $30 + 31 + 10 = 71$ способом.

Решение В-2. Все три языка можно выбрать $5 \cdot 2 \cdot 4 = 40$ способами. Английский и французский можно выбрать $5 \cdot 2 = 10$ способами, английский и испанский — $5 \cdot 4 = 20$ способами, французский и испанский — $2 \cdot 4 = 8$ способами, значит, два языка можно выбрать $10 + 20 + 8 = 38$ способами. Один язык можно выбрать $5 + 2 + 4 = 11$ способами. Таким образом, можно выбрать для изучения не менее одного языка $40 + 38 + 11 = 89$ способами.

8. **В-1.** У Коли и Васи было два одинаковых кубика. Коля распилил свой кубик на 27 одинаковых кубиков, а Вася распилил свой кубик на 8 одинаковых кубиков. Потом каждый из них окрасил получившиеся кубики краской, причём у Коли ушло на 10 граммов краски больше. Сколько граммов краски использовал для покраски своего кубика Вася?

В-2. У Коли и Васи было два одинаковых кубика. Коля распилил свой кубик на 27 одинаковых кубиков, а Вася распилил свой кубик на 8 одинаковых кубиков. Потом каждый из них окрасил получившиеся кубики краской, причём у Коли ушло на 15 граммов краски больше. Сколько граммов краски использовал для покраски своего кубика Коля?

Ответ В-1. 20.

Ответ В-2. 45.

Решение В-1. Заметим, что у кубика было 6 граней. Чтобы распилить кубик на 27 одинаковых кубиков надо сделать по 2 распила в 3 плоскостях. Каждый такой распил «добавляет» две таких же грани большого кубика. Таким образом, чтобы Коле покрасить 27 маленьких кубиков потребуется столько же краски, сколько бы потребовалось на покраску $6 + 2 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ граней большого кубика, то есть в 3 раза больше, чем на покраску большого кубика. Чтобы распилить кубик на 8 одинаковых кубиков надо сделать по 1 распилу в 3 плоскостях. Каждый такой распил также «добавляет» две таких же грани большого кубика. Значит, чтобы Васе покрасить 8 новых кубиков потребуется столько же краски, сколько бы потребовалось на покраску $6 + 1 \cdot 3 \cdot 2 = 12$ граней большого кубика, то есть в 2 раза больше, чем на покраску большого кубика. Так как у Коли ушло на 10 г краски больше, то на покраску большого кубика необходимо 10 г краски. Значит, Васе потребовалось $10 \cdot 2 = 20$ г краски.

Решение В-2. Заметим, что у кубика было 6 граней. Чтобы распилить кубик на 27 одинаковых кубиков надо сделать по 2 распила в 3 плоскостях. Каждый такой распил «добавляет» две таких же грани большого кубика. Таким образом, чтобы Коле покрасить 27 маленьких кубиков потребуется столько же краски, сколько бы потребовалось на покраску $6 + 2 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ граней большого кубика, то есть в 3 раза больше, чем на покраску большого кубика. Чтобы распилить кубик на 8 одинаковых кубиков надо сделать по 1 распилу в 3 плоскостях. Каждый такой распил также «добавляет» две таких же грани большого кубика. Значит, чтобы Васе покрасить 8 новых кубиков потребуется столько же краски, сколько бы потребовалось на покраску $6 + 1 \cdot 3 \cdot 2 = 12$ граней большого кубика, то есть в 2 раза больше, чем на покраску большого кубика. Так как у Коли ушло на 15 г краски больше, то на покраску большого кубика необходимо 15 г краски. Значит, Коле потребовалось $15 \cdot 3 = 45$ г краски.