

0. (На разбор) а) Докажите признак делимости на 2: натуральное число делится на 2 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 2 (иными словами, последняя цифра равна 0, 2, 4, 6 или 8).

б) Докажите признак делимости на 3: натуральное число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3.

1. Верны ли следующие признаки делимости? Каждый ответ обоснуйте.

а) Натуральное число делится на 4 тогда и только тогда, когда число, образованное двумя его последними цифрами, делится на 4.

б) Натуральное число делится на 8 тогда и только тогда, когда число, образованное тремя его последними цифрами, делится на 8.

в) Натуральное число делится на 16 тогда и только тогда, когда число, образованное тремя его последними цифрами, делится на 16.

г) Натуральное число делится на 5 тогда и только тогда, когда его последняя цифра — 0 или 5.

д) Натуральное число делится на 25 тогда и только тогда, когда две его последние цифры — 00, 25, 50 или 75.

е) Натуральное число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.

ё) Натуральное число делится на 27 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 27.

ж) Если сумма цифр натурального числа делится на 27, то и само число делится на 27.

2. Известно, что число  $55*44*$  делится на 72. Какие цифры могут стоять вместо звёздочек? Перечислите все возможные варианты.

3. С помощью суперкомпьютера Уитли вычислил произведение всех чисел от 1 до 100. Затем он нашёл сумму цифр этого числа. У полученного числа он снова нашёл сумму цифр. Так продолжалось до тех пор, пока Уитли не получил однозначное число. Какое?

4. Известно, что  $35! = 10333147966386144929*666513375232000*000*$ . Найдите цифры, заменённые звёздочками. ( $35!$  — произведение всех чисел от 1 до 35:  $35! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 35$ .)

5. Вовочка вычислял площадь большого квадрата с целочисленными сторонами и получил число, состоящее из десяти нулей, десяти единиц и десяти двоек. Докажите, что Вовочка ошибся.

## Дополнительные задачи

6. Вовочка взял число, заменил в нём одинаковые цифры на одинаковые буквы, а разные — на разные, и получил слово ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ. Могло ли это число быть простым (то есть делиться только на 1 и на себя)?

7. Может ли произведение числа и суммы его цифр быть равным

а) 547?

б) 550?

в) 555?

г) 555555?

8. Докажите признак делимости на 11: натуральное число делится на 11 тогда и только тогда, когда разность суммы цифр на чётных местах и суммы цифр на нечётных местах делится на 11.

Указание: Среди чисел, делящихся на 11, найдите ближайшие к числам 1, 10, 100, 1000, 10000 и так далее.