Пусть в задаче нужно доказать некоторое утверждение A. **Доказательство от противного** строится по следующей схеме:
— Сформулируем утверждение, противоположное тому, что нужно доказать, то есть отрицание утверждения A (оно обозначается $\neg A$).
— Предположим, что утверждение $\neg A$ истинно. На основании этого будем строить дальнейшее рассуждение.
— Если в результате мы придём к противоречию с условием задачи, значит, предположение о том, что утверждение $\neg A$ истинно, оказывается неверным. Таким образом, верно утверждение, противоположное $\neg A$ (то есть утверждение A), что и требовалось доказать.

Короче говоря, для того, чтобы доказать утверждение, достаточно
а) **предположить противное**;
б) на основании этого предположения **прийти к противоречию**.

0. (На разбор) Чтобы сделать суперкомпьютер идеальным, шестеро учёных хотят установить на него четыре модуля: космический модуль (стоит 85000 рублей), модуль приключений (стоит 90000 рублей), модуль фактов (стоит 95000 рублей) и интеллектуальный модуль (стоит 100000 рублей). У каждого из учёных не более 60000 рублей. Докажите, что они не смогут сделать суперкомпьютер идеальным без дополнительного финансирования.

1. В классе 33 человека. Они пошли в лес и собрали 525 грибов. Докажите, что в классе есть два человека, собравшие одинаковое количество грибов.

2. Вовочке на день рождения подарили набор из 82 цветных карандашей. Докажите, что среди них найдутся либо 10 одноцветных, либо 10 разноцветных (либо и то и другое сразу).

3. Джараксус и Рагнарос загадали по одному натуральному числу. Известно, что число Джараксуса при делении на 21 даёт остаток 1, а число Рагнароса при делении на 14 даёт остаток 3. Могут ли числа Джараксуса и Рагнароса
а) совпадать?
б) отличаться на 1?
в) отличаться на 5?

4. В углах правильного треугольника записаны числа 3, 5 и 7. Несколько таких треугольников сложены в стопку. Может ли сумма чисел, стоящих в каждом углу, быть равной
а) 28?
б) 25?

5. Можно ли занумеровать рёбра куба натуральными числами от 1 до 12 так, чтобы для каждой вершины куба сумма номеров рёбер, сходящихся в ней, была одинаковой?

Дополнительные задачи

6. В классе 33 ученика. 28 из них знают, что такое простое число, 22 знают, что такое факториал, и 17 знают, что такое полином. Докажите что в классе найдётся ученик, который знает все три этих понятия.

7. В шахматном турнире каждый из восьми шахматистов сыграл с каждым по одному разу, после чего каждая ничейная партия была переиграна по одному разу. После этого шахматистов попросили подсчитать, сколько партий они сыграли. Могли ли у них получиться следующие результаты?
а) 11, 10, 10, 10, 9, 8, 8, 7.
б) 11, 11, 10, 8, 8, 8, 7, 7.
в) 11, 11, 10, 10, 10, 8, 7, 7.

8. В логове Нефариана стоят пять больших сундуков, в которых в сумме хранится 150000 золотых монет. Ромуло и Джулианна победили Нефариана в интеллектуальной игре, и он разрешил им взять два любых соседних сундука. Сундуки открыты, поэтому они знают, в каком сундуке сколько монет лежит. Сколько золотых монет могут гарантированно забрать Ромуло и Джулианна, если
а) сундуки расположены в ряд?
б) сундуки расположены по кругу?