

0. (На разбор) Докажите, что если сумма нескольких чисел чётная, то и количество нечётных чисел среди них тоже чётное.
1. В государстве 6 городов. Каждая дорога связывает два города государства. Из нескольких городов (не всех) выходит по пять дорог, а из остальных — по две дороги. Сколько всего дорог в государстве?
2. В классе 33 ученика — 18 мальчиков и 15 девочек. Каждый мальчик дружит с 5 девочками. Может ли быть так, что
- все девочки дружат с одинаковым количеством мальчиков?
 - все девочки дружат с разным количеством мальчиков?
 - несколько девочек дружат с 4 мальчиками, а остальные — с 8?
 - несколько девочек дружат с 5 мальчиками, а остальные — с 7?
 - несколько девочек дружат с 4 мальчиками, а остальные — с 7?
3. В государстве 9 городов. Каждая дорога связывает два города государства. Из первого города выходит 1 дорога, из второго — 2, из третьего — 3, из четвёртого — 4, из пятого — 5, из шестого — 6, из седьмого — 7, из восьмого — 8. Сколько дорог выходит из девятого города?
4. (*Лемма о рукопожатиях*) Докажите, что число людей, когда-либо живших на Земле и сделавших нечётное число рукопожатий, чётно (считаются только рукопожатия между двумя людьми).
5. Восемь шахматистов во время турнира должны сыграть друг с другом по одной партии. В какой-то момент турнира шахматистов попросили подсчитать, сколько партий они уже сыграли. Могли ли у них получиться следующие результаты?
- 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4.
 - 2, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 6.
 - 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 8.
 - 1, 2, 2, 4, 5, 6, 7, 7.

Дополнительные задачи

6. Каждый ученик 1 класса дружит с 5 учениками 2 класса и с 3 учениками 3 класса. Каждый ученик 2 класса дружит с 2 учениками 1 класса и с 6 учениками 3 класса. Каждый ученик 3 класса дружит с 2 учениками 1 класса и с одним и тем же числом учеников 2 класса.
- Что это за число?
 - Сколько учеников в каждом классе, если всего их 80?
7. В городе есть дороги трёх типов: однополосные, двухполосные и трёхполосные. На каждом перекрёстке в городе сходятся три дороги разных типов. Иначе говоря, каждый перекрёсток есть разделение трёхполосной дороги на однополосную и двухполосную. Ни одна дорога не заходит в тупик. Ровно три дороги выходят за пределы города. Докажите, что это дороги трёх разных типов.
8. В государстве 6 городов. Каждая дорога связывает два города государства. Из первого города выходит 1 дорога, из второго — 2, из третьего — 3, из четвёртого — 4. Сколько дорог может выходить из пятого города, если из шестого выходит
- столько же дорог, сколько из пятого города?
 - больше дорог, чем из пятого города?
- Перечислите все возможные варианты.