

**0.1** Юнга Пит готовится нарисовать карту, чтобы отметить местонахождение спрятанного клада. У него есть 3 разных пера, 5 угольных карандашей и 8 кусочков мелованного камня. Сколькими способами он может выбрать один инструмент, чтобы приступить работе?

**Решение:**

Так как всего инструментов у него  $3+5+8=16$ , значит и способов выбрать у него столько же (правило суммы)

**Ответ:**

16

**0.2** Капитан Джек отправляет важное письмо с пиратского острова. У него есть 5 видов конвертов, сделанных из пальмовых листьев, и 4 вида марок с изображением кракенов. Сколькими способами можно выбрать конверт и марку, чтобы доставить письмо в порт?

**Решение:**

Так как для каждого из 5 конвертов Джек может выбрать одну из 4 марок, то всего различных комбинаций конверта и марки будет  $5*4 = 20$

(правило произведения)

**Ответ:**

20

**0.3** Пираты нашли сундук с 9 разными золотыми монетами. Сколькими способами они могут разделить монеты между двумя кожаными мешками, чтобы готовиться к побегу?

**Решение:**

Каждая монета лежит либо в 1 мешке либо в 2, значит по правилу произведения количество способов разделить монеты будет  $2^9$ .

**Ответ:**

512

**8.1** На борту пиратского корабля 18 юнг и 15 матросов. Сколькими способами можно:

- а) выбрать одного добровольца для выполнения задания капитана?
- б) выбрать двух участников команды — одного юнгу и одного матроса?
- в) выбрать капитана и его заместителя?
- г) выбрать двух пиратов для выполнения секретной миссии?

**Решение:**

а) Всего человек на борту  $18+15 = 33$ , как и количество способов выбрать одного из них

б) По правилу произведения, количество способов будет  $18*15=270$

в) Выберем капитана из 33 человек, а заместителя из оставшихся 32, по правилу произведения будет  $33*32 = 1056$  способов

г) Для каждой пары способов выбрать капитана и заместителя из пункта в) есть только один способ выбрать их обоим(неважно кого выбираем первым а кого вторым), значит способов будет в два раза меньше т.е.  $1056/2 = 528$

**Ответ:**

а) 33

б) 270

в) 1056

г) 528

**8.2** На пиратской карте 8 на 8 спрятаны белые и черные сундуки, расположенные как клетки шахматной доски. Сколько существует способов выбрать один белый сундук и один черный, чтобы они не находились на одной горизонтали или одной вертикали?

**Решение:**

Белое поле выбираем 32 способами и вычеркиваем соответствующие горизонталь и вертикаль. На оставшейся части доски есть 24 черных поля. Всего  $32 \cdot 24 = 768$  способов выбора.

**Ответ:**

768

**8.3** У пиратов принято давать своему ребенку одно или несколько имен. Сколькими способами можно назвать ребенка, если в общем списке доступно 300 имен, а ребенку дают не более трех имен? Хватит ли всех комбинаций, чтобы у каждого из 66 миллионов жителей пиратской колонии было уникальное имя?

**Решение:**

Ребенок может получить либо одно, либо два, либо три имени, причем все имена различны. Всего  $300 + 300 \cdot 299 + 300 \cdot 299 \cdot 298 = 26\,820\,600$  различных вариантов. На всех жителей не хватит.

**Ответ:**

26820600, не хватит

**8.4** Капитан Барбосса раздает сундукам коды, которые являются четырехзначными числами. Сколько существует таких кодов:

- а) состоящих только из нечетных цифр?
- б) состоящих только из четных цифр?
- в) содержащих хотя бы одну нечетную цифру?
- г) содержащих хотя бы две нечетные цифры?

**Решение:**

а) Всего нечетных цифр 5 - (1,3,5,7,9), значит разных кодов  $5^4 = 625$

б) Четных цифр тоже 5 - (0,2,4,6,8), но 0 не может стоять на первой позиции числа (так как такая комбинация числом являться не будет), значит разных кодов будет  $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 500$

в) Количество чисел содержащих хотя бы одну нечетную цифру равно разности количества всех чисел (четырёхзначных конечно же) и чисел содержащих только четные цифры т.е.  $9000 - 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 8500$

г) Для каждого количества нечетных цифр в числе посчитаем сколько существует таких кодов:

если нечетных цифр 4:

кодов - 625

если нечетных цифр 3:

выберем место где будет находиться четная цифра:

если на первой позиции то кодов будет  $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$  (так как 0 выбрать нельзя)

если не на первой то кодов будет  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3$

всего - 2375

если нечетных цифр 2:

если на первой позиции стоит четная цифра, то кодов будет  $(4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)$

если на первой позиции стоит нечетная цифра, то кодов будет  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3$

всего - 2375

Подсчитав общую сумму получим -  $2375 \cdot 2 + 625 = 5375$

**Ответ:**

5375

**8.5** На пиратском корабле есть 3 альбатроса, 4 чайки и 2 баклана. Кок хочет приготовить из них знаменитый пиратский суп "Похлебка Кракена", в рецепт которой должны входить как минимум 3 птицы разных видов. Сколькими способами кок может приготовить похлебку?

**Решение:**

Каждый альбатрос может либо войти, либо не войти в число выбранных. Поэтому имеем  $2^3$  способов выбора альбатросов. Так как по условию хотя бы один альбатрос должен быть выбран, получаем 7 способов выбора альбатросов. Точно так же есть  $2^4 - 1 = 15$  способов выбора чаек и  $2^2 - 1 = 3$  способа выбора бакланов. Всего  $7 \cdot 15 \cdot 3 = 315$  способов.

**Ответ:**

315

**8.6** На борту пиратского корабля разразилась паника: говорят, что числа, в которых есть цифра "1", приносят несчастье!

а) Среди всех чисел от 1 до 999, каких больше: тех, которые несут "несчастливую единицу" в своей записи, или тех, которым удалось избежать этого проклятия?

б) А как обстоят дела с семизначными числами? Каких больше: тех, которые несут "несчастливую единицу" в своей записи, или тех, которым удалось избежать этого проклятия?

**Решение:**

а) Имеется  $83 = 512$  трёхзначных чисел, не содержащих 1 и 0. Это уже больше половины чисел первой тысячи.

б) Подсчитаем количество чисел, в записи которых нет единицы. На первом месте может стоять любая из восьми цифр (не 0 и не 1), на каждом из остальных – любая из девяти цифр, отличных от 1. Всего получаем  $8 \cdot 9^6$  чисел, что составляет меньше половины от количества  $9 \cdot 10^6$  всех семизначных чисел.

**Ответ:**

Больше чисел, в записи которых а) нет единицы; б) есть единица.

**8.7** Капитан Джек Воробей записал секретные слова, но попугай Пятница перепутал буквы. Сколько всего разных слов можно составить, переставляя буквы в словах:

а) "парус";

б) "карта";

в) "карамба"; (ответ можно записать в виде формулы).

**Решение:**

а) на первое место в новом слове мы можем поставить одну из 5 букв, на второе место - одну из четырех и так далее, значит всего разных слов будет  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

б) по аналогии с пунктом а получим 120 разных слов, но в этих словах мы можем поменять местами две буквы "а" и при этом слово не изменится - значит каждое слово которые "выглядит одинаково" мы посчитали дважды, т.е. различных слов будет  $120/2 = 60$

в) по аналогии с пунктом а получим  $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$  слов, но теперь у нас 3 буквы а при изменении мест которых слово не поменяется. Посмотрим сколькими способами мы можем переставить буквы "а" между собой: пусть буквы а стоят на каких то трех местах в слове, тогда выберем место для первой буквы, а затем для

второй(третья автоматически займет 3 слот), всего таких выборов может быть  $3*2 = 6$ , значит в исходных 5040 словах каждое уникальное слово было подсчитано 6 раз, значит итоговый ответ будет  $5040/6= 840$

**Ответ:**

840