6.0.1 (разбор) Миша задумал число. Он прибавил к нему 5, получившуюся сумму разделил на 3, результат умножил на 4, отнял 6, разделил на 7 и получил число 2. Какое число задумал Миша?

Решение: 2 ← 14 ← 20 ← 5 ← 15 ← 10

Ответ: 10

6.0.2 (разбор) Внучка несёт бабушке пирожки. На пути к бабушке стоят 10 ворот, которые охраняют стражники. Для прохода через ворота внучка должна отдать стражнику половину пирожков. Все стражники добрые, так что возвращают из забранного 1 пирожок. Если стражник не может взять налог, то внучку он не пустит. Какое минимальное количество пирожков нужно внучке, чтобы она и бабушка съели хотя бы по одному пирожку?

Решение: Минимум внучка должна донести до бабушки 2 пирожка. Значит, на десятых воротах стражник вернул ей один пирожок к половине, которую так же составлял один пирожок. Остаётся заметить, что с двумя пирожками всегда происходит 2 → 1 (взяли налог) → 2 (вернули один).

Ответ: 2

6.1 Красная шапочка шла к бабушке и по пути повстречала четырёх охотников. Чтобы те помогли ей справиться с волком, она всех угостила пирожками. Второй охотник съел вдвое больше пирожков, чем первый. Третий съел втрое больше, чем первый и второй вместе. А четвёртый съел треть от того, что съели все предыдущие вместе. Сколько пирожков съел каждый из охотников, если у внучки было 100 пирожков, а к бабушке она принесла всего 20?

Решение: 80 пирожков съели охотники. Четвёртый съел 80 *(1/4) = 20, тогда Третий съел 60 * (3/4) = 45, тогда Второй 15*(2/3) = 10, тогда Первый 5.

Ответ: 5, 10, 45, 20

6.2 Иван вложил свои сбережения в фонд Кузьмы Скоробогатого. За первый месяц он потерял 1/5, за второй 1/4, за третий 1/3 и решил забрать деньги из фонда. Если бы он их не забирал, то через месяц они бы удвоились, и у него стало бы 400 тысяч. Сколько он вложил изначально?

Решение: После 3 месяца вклад в бизнес был равен 400 : 2 = 200 тыс. Это оставшиеся 2/3 вклада после 2 месяца, значит, после 2 месяца было 200 : 2 3 = 300 тыс. Аналогично, после 1 месяца было 300 : 3 4 = 400 тыс., а в начале — 400 : 4 5 = 500 тыс.
Ответ: 500 тыс.

6.3 У школьника Пети есть коробка с конфетами. Каждый вечер он съедает треть конфет из коробки, а на утро следующего дня добавляет 2 конфеты. Петя три вечера подряд ел конфеты. На четвертый вечер он открыл коробку и увидел, что в ней осталось всего 14 конфеты. Сколько конфет Петя съел за эти три дня?

Решение: Утром четвёртого дня в коробке было 14 - 2 = 12 конфет. Теперь посчитаем, какая часть конфет остается в коробке на утро: если вечером Петя забирает треть конфет, то в ней остается две трети конфет. Значит вечером предыдущего дня в коробке было 12 * 3 : 2 = 18 (т.е. съел 6). Считая аналогично, получаем, что до этого было (18 - 2) * 3 : 2 = 24 (т.е. съел 8), а в начале было (24 - 2) * 3 : 2 = 33 (т.е. съел 11). Значит, Петя съел 6 + 8 + 11.

Ответ: 25 конфет

6.4 У царя было пять дочерей, и каждой он решил дать богатое приданое. Старшая получила от него полцарства и гектар земли. Следующая - половину оставшегося и ещё гектар. Средняя - опять получила половину оставшегося и гектар. Четвёртой отошла половина и гектар, как и последней дочери. После этого царь посмотрел на карту и понял, что у него нерозданным оказался ровно один гектар земли. Сколько вначале было земли у царя?

Решение: 94 гектара земли

(1+1)*2 = 4 (Остался гектар, значит до отдачи 1 г. было 2, а до деления пополам 4)

(4+1)*2 = 10 (Осталось 4 г., значит до отдачи 1 г. было 5, а до деления пополам 10)

(10+1)*2=22 (Осталось 10 г., значит до отдачи 1 г. было 11, а до деления пополам 22)

(22+1)*2=46 (Осталось 22 г., значит до отдачи 1 г. было 23, а до деления пополам 46)

(46+1)*2=94 (Осталось 46 г., значит до отдачи 1 г. было 47, а до деления пополам 94)

Ответ: 94 гектара земли

6.5. Петя и Вася учатся в ГЗ МГУ. В здании решили провести ремонт и из-за этого доступно всего 13 этажей, а также стали барахлить лифты, так что попасть на лифте можно только на этаж с номером больше ровно на 5 или меньше ровно на 9 относительно того, с которого вызвали лифт. Петя сейчас сидит в столовой на 2 этаже, а Вася в аудитории на 10. Может ли кто-то из ребят, не дожидаясь, пока лифты починят, доехать до своего товарища? Если может, то кто? (Лестница закрыта и воспользоваться ей нельзя

Решение: Обратным ходом: уменьшаем на 5 и увеличиваем на 9. Смотрим, кто откуда должен приехать:

2 ← 11 ← 6 ← 1 ← 10

10 ← 5, и на 5 этаж не попасть

Ответ: Может Вася

6.6 Для борьбы с агентом Смитом Нео требуется узнать место числа в файле, доступа к которому у него нет. Нео знает, что в файле содержатся все числа от 1 до 1000 и только. При этом числа сгруппированы по сумме цифр.

То есть, сначала все числа, у которых сумма цифр равна 1 (это числа 1, 10, 100, 1000). Потом числа с суммой цифр 2 (это числа 2, 11, 20, 101, 110). И т.д.

На каком месте в этом файле число 978?

Решение: Выписанные числа имеют сумму цифр от 1 до 27. Сумма цифр числа 978 равна 24. Причём самое большое из выписанных с такой суммой цифр — это 996 (так как в первых двух разрядах стоят максимально большие цифры), а после него идут 987 и наше число 978. Значит, после числа 978 выписаны только числа 987, 996 (2 штуки) и все числа с суммой цифр 25, 26, 27. Сумму цифр 27 имеет только число 999 (1 штука). Сумму цифр 26 имеют только числа 998, 989 и 899 (3 штуки). Сумму цифр 25 имеют только числа 997, 979, 799; 988, 898, 889 (6 штук). Таким образом, перед числом 996 написано 2 + 1 + 3 + 6 = 12 чисел. Значит, оно оказалось на месте с номером 1000 – 12 = 988.

Ответ: 988

6.7 Два волшебника играли во взрывного дурака на золотые галлеоны. Сначала первый проиграл половину своих монет (отдал второму), потом второй проиграл половину своих, потом снова первый проиграл половину своих. В результате у первого оказалось 25 галлеонов, а у второго — 66. Сколько монет было у первого волшебника до начала игры?

Решение: Распишем по этапам, сколько у кого было:

3) 25 и 66

2) 50 и 41

1) 9 и 82

0) 18 и 73

Ответ: 18 галлеонов

6.8 Пять гномов сидят за пятиугольным столом, на столе у всех вместе лежат 160 алмазов. Сначала первый дал каждому из остальных столько алмазов, сколько у того уже есть. Потом второй дал каждому из остальных столько алмазов, сколько у того было на данный момент. И так далее до самого последнего – пятого. Когда пятый закончил раздавать свои алмазы, то оказалось, что у всех теперь стало поровну алмазов. Сколько их было в самом начале у каждого?

Решение: Распишем по этапам, сколько у кого было:

5) 32 / 32 / 32 / 32 / 32 - когда раздал 5-й

4) 16 / 16 / 16 / 16 / 96 - когда раздал 4-й

3) 8 / 8 / 8 / 88 / 48 - когда раздал 3-й

2) 4 / 4 / 84 / 44 / 24 - когда раздал 2-й

1) 2 / 82 / 42 / 22 / 12- когда раздал 1-й

0) 81 / 41 / 21 / 11 / 6

Ответ: 81 / 41 / 21 / 11 / 6

6.9 Во время одного из матчей по квиддичу на поле потеряли четыре шоколадные лягушки. Долго прыгая по полю, они в какой-то момент оказались в вершинах прямоугольника и решили начать прыгать "по-умному". Раз в минуту одна из лягушек прыгает в точку, симметричную ей относительно какой-то из других лягушек. Могут ли лягушки через некоторое время оказаться в вершинах прямоугольника, но у которого хотя бы одна сторона больше стороны исходного?

Решение: Предположим противное. Тогда, прыгая в обратном порядки, лягушки могут вернуться из большого прямоугольника в маленький. Но, если расчертить сетку из больших прямоугольников, чтоб лягушки стартовали из её узлов, легко заметить, что лягушки после каждого прыжка опять оказываются в узлах сетки. Значит, они никак не могут образовать прямоугольник с меньшими сторонами.

Ответ: нет, не могут

6.10 Анна Федотовна разложила по кругу карты из колоды, оставив одно место свободным. Германн, не зная порядок следования карт, называет карту. Если она лежит рядом со свободным место, Анна Федотовна передвигает её туда, не сообщая об этом Германну. Иначе ничего не происходит. Далее Германн называет ещё карту, и так до тех пор, пока он не скажет "хватит".

Может ли Германн так назвать карты, чтобы в конце возле свободного места не лежала дама пик?

Решение: Покажем, что для любой стратегии есть неудачный расклад. Заметим, что, назвав карту ещё раз, мы отматываем ход. Возьмём любую позицию с пиковой дамой возле свободного места. Назвав все карты, которые называл Германн, в обратном порядке, мы откатим её до требуемой исходной.

Ответ: нет, не может